

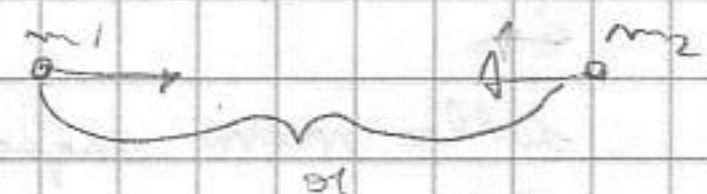
1. INTRODUZIONE / CARICA ELETTRICA
2. LEGGE DI COULOMB
3. ENERGIA ELETTROSTATICA
4. ELETTROSCOPIO
5. PRINCIPIO HEISENBERG / RAGGIO DI BOHR / CAMPO ELETTRICO
6. PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE
7. DENSITA' LINEARE - SUPERFICIALE - VOLUMETRICA DI CARICA / METODO DIRETTO CALCOLO  $E$
8. RAGGIO CLASSICO
10. FLUSSO ELETTRICO
11.  $\Phi$  SFERA / GENERALIZZAZIONE
12. TH. DI GAUSS / PERMEABILITA' DIELETRICA NEL VUOTO
14. 1° EQ. DI MAXWELL
15. ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA / POTENZIALE ELETTROSTATICO
17. ROTORE - CIRCOLAZIONE NULLA / 2° EQ. DI MAXWELL
18. DIPOLO ELETTROSTATICO / MOMENTO DI DIPOLO
20. ISOLANTI - CONDUTTORI
21. TH. DI COULOMB
23. INDUZIONE ELETTROSTATICA / POTENZIALE - CAPACITA' CONDUTTORE
24. CONDENSATORE
27. FORZA DI LORENTZ / CAMPO MAGNETICO / DENSITA' - INTENSITA' DI CORRENTE
28. EQUAZIONE DI CONTINUITA'
29. CORRENTI STAZIONARIE
30. CAMPO SOLENOIDALE / LEGGE DI BIOT-SAVART
31. PERMEABILITA' MAGNETICA NEL VUOTO / MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO
32. SOLENOIDALITA' DI  $B$
33. LEGGE DI AMPERE / INTENSITA' DI CORRENTE CONCATENATA
35. SOLENOIDE TOROIDALE
37. SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO
39. LEGGE DI FARADAY / LENZ / F.E.M.
40. AUTO INDUZIONE
42. MUTUA INDUZIONE
46. LEGGI FISICA CLASSICA
47. FORMULE DI FEYNMAN

Acritta (test a temp. multipla) + sole

Tutta la meccanica è spiegabile tramite forze elettriche. Manifestazioni macroscopica; fisica non si ripete in compartimenti stagni, solo di dove deriva. quantità dei fenomeni naturali. Si cerca di spiegare i fenomeni di natura ELETTRICA-MAGNETICA in maniera quantitativa.

(Coulomb legge scoperta fondamentale) Materia è dotata di massa prov. 1 si sposta

ma  $m_1, m_2$  ad una distanza  $d$ , questi si attraggono con



$G \frac{m_1 m_2}{d^2}$  dove  $G \sim 10^{-11}$  unita. n.i. I corpi hanno

anche un'altra proprietà, CARICA ELETTRICA che  $\exists$  in 2 stati  $\leftrightarrow$  ai quali convenzionalmente

si associa  $+$  e  $-$ . Tutta la materia è costituita da protoni  $+$  ed elettroni  $-$

( $m_p \sim 10^{-27}$  kg,  $m_e \sim 10^{-30}$  kg). I due opposti si attraggono, se sono uguali

si respingono. A carica si associa grandezza fisica. Elettr. sono fortissime, molto

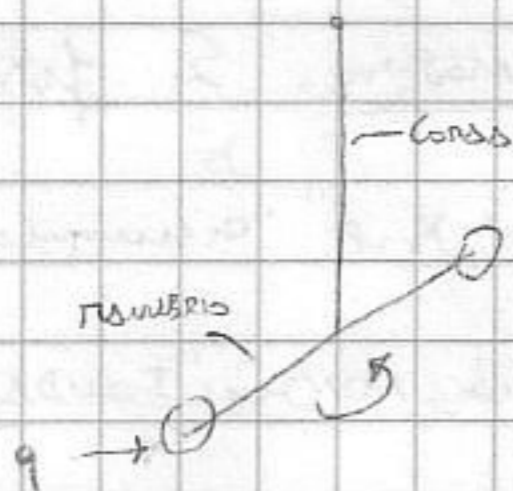
di  $\pm$  di  $F$  grav. (ex. se fatti 1% in  $+$  e altri 99% in  $-$ , si dovrebbe

$F_g$  / sta sollevare Terra). Ex. atomo H:  $m_e$ , si cerca di volatore  $F$  su at.

trazion. Coulomb legge è ipotesi di  $m_p$  l'azione tra parti materiali

con stesso di carica (intui.  $+$  e  $-$ ) indicata con  $q$ . In continuo la bilancia

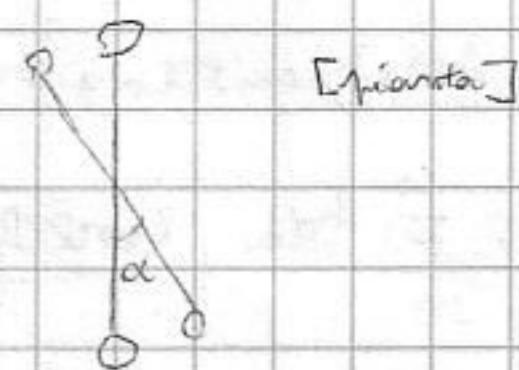
di torsione.



Applicando coppia  $\tau$  sistema

ruota fino ad  $d$  e il filo si

torce con coppia  $d$  ed  $\alpha$



[Specie di molla] al posto di torsione sta ruotato, e' molla di torsione. Coul. minuziosa

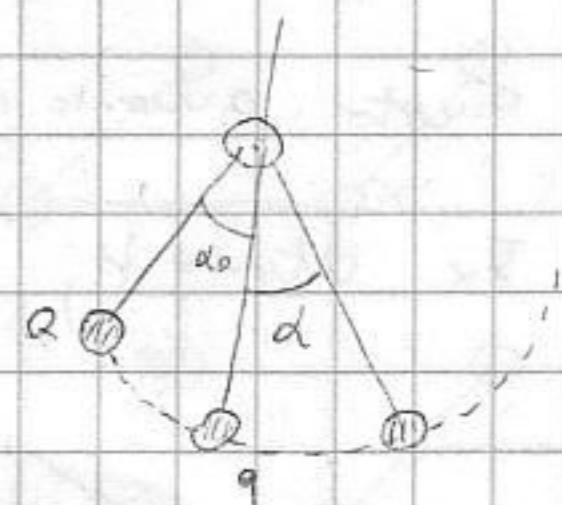
$F$  molto piccole. Fec. in modo che su una delle sfere si formi carica  $q$ , poi

ponere sistema vicino a sfera fissa con stesso di carica  $Q$  dello stesso segno

( $q$  e  $Q$  non si disperdono).  $d_0$  era arbitrario; lasciava

il sistema libero di muoversi.  $F$  respingiva;  $Q$  era

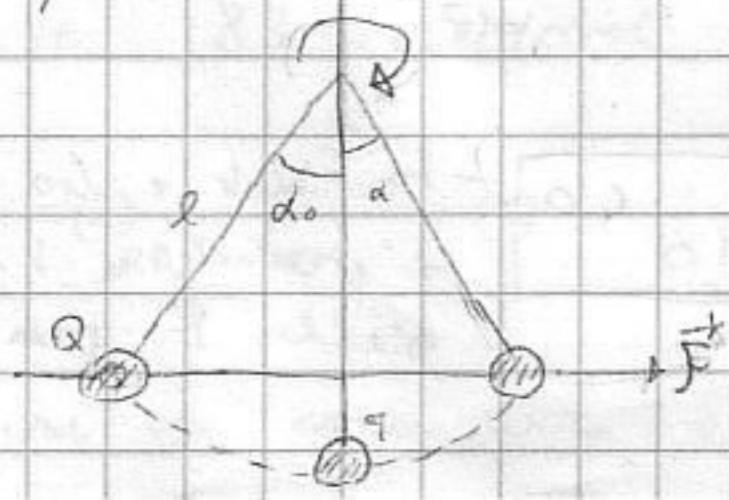
fisso, e' allora ruotato fino all'equilibrio.



Sistema e' / che  $F_e \tau \tau = 0$ .  $F$  e' forza tra 2 cariche all'eq.

$F \propto \cos(\frac{d_0 + d}{2})$ , mom. equilibrato da

momento torcente della corda proporzionale ad  $d$ , (1)



quindi eq. e'

$$F = \frac{C d}{\epsilon \cos\left(\frac{d_0 + d}{2}\right)}$$

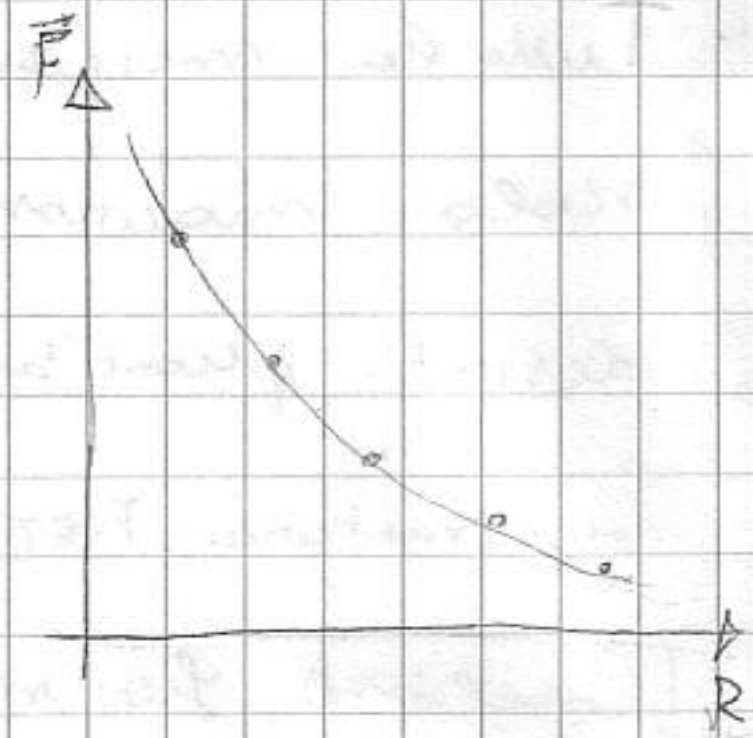
Così si arriva a minore carica piccola

mi intui

la relazione tra F e la d tra le

Cariche:  $\pi = 2 l \sin\left(\frac{d_0 + d}{2}\right)$

mi pare int. sup. cart.



Variano  $d_0$  e otteniamo l'eq. determiniamo coppie di

$F, \pi$  di  $d_0 \rightarrow$  metterlo questo sistema; punti non legati

da legge del tipo  $F \propto \frac{1}{\pi^2}$ . Così una bilancia per

affermare che legge con cui varia la forza che si esercita tra due cariche

dello stesso segno e F. inv. proporzionale a quadrato distanza

(lo fece solo con 3 punti!)

Elementi di carica sono sempre minuscoli. Si suppone che - insistono con  $Q_1, Q_2$  gli

elementi di carica - pure 2 oggetti p. kiformi a distanza  $d$ , (e' F attratt. o

repulenta il cui modulo e' inv. da quad. distanza



$$|\vec{F}| = k_0 \frac{|Q_1 Q_2|}{d^2}$$

e dir. prop. a prodotto elementi di carica (e costante)

LEGGI di COULOMB, confrontata con  $|\vec{F}_g|$  (e' forte analogia al S.I. perche

particolari valori di k. Nel S.I. e' unita di carica e il Coulomb [C]. Come

definisce  $|\vec{F}_x|$  tra due cariche di 1 C a 1 mt di distanza. Se fosse possibile,

$\vec{F}$  tra cariche sarebbe  $10^{10}$  N! e' enorme. I oggetti x e' accumulo di cariche

ma x valori piccoli [condensatore]. L'unita di carica non e' fondamentale (come

col ex mt, kg, t; altre non possono derivare). L'unita' fonos. e' e' SIPE'  $10^9$

[A]. (Oltre campione di A e' semplice, di 1 C es). ha una unita di misura

e' quella portata dai protoni ed elettroni, non ne I frazioni. Il valore di

questo quanto di carica e'  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

Ex. ottimo 11; collochiamo rapporto tra  $\vec{F}_g$  e  $\vec{F}_c \rightarrow$  forza di attrazione Coulombiana

$$F_g = G \frac{m_p \cdot m_e}{d^2}; F_c = k_0 \frac{q^2}{d^2} \rightarrow \text{rapporto}$$

$$\frac{k_0 q^2}{G m_p \cdot m_e} = \frac{10^{10} \cdot 10^{-38}}{10^{-11} \cdot 10^{-30}} = 10^{40}$$

lo F. elett. e' 40 ordini di grandezza + forte della F. gravitaz.





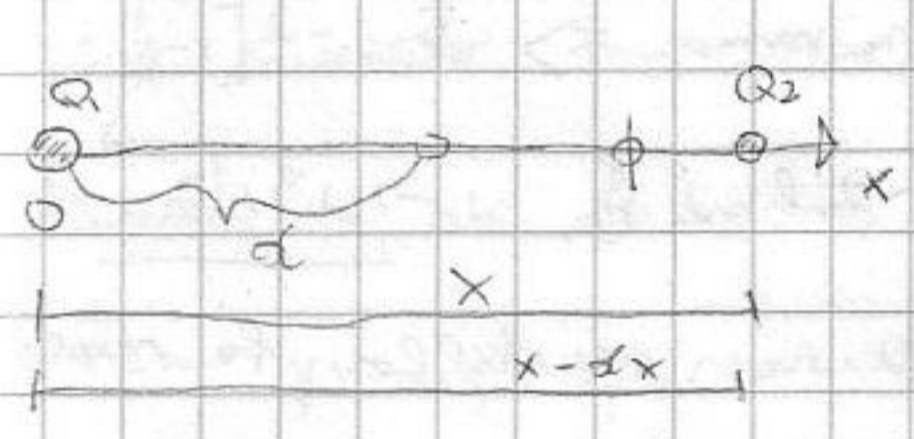
( $Q_{1,2}$  in volte e quanto di carica)  $F = \frac{k_0 Q_1 Q_2}{d^2}$   
 ex. entrambe  $\rightarrow$  c'è repulsione  $9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$   
 $\approx 10^{10}$

Supponiamo che cariche siano  $\infty$  lontane, poi le avviciniamo fino a  $d$  (ex. compiamo molla  $\text{[spring]}$   $\rightarrow$   $\text{[work]}$  ho impiegato lavoro trasportando in  $E_{el}(k) = \frac{1}{2} k d^2$ )

Per avvicinare cariche ho compiuto lavoro. Si può arrivare ad una certa  $d$  l'ENERGIA ELETTROSTATICA ( $E_{el}$ )  $\rightarrow$  per avere stata configurazione ho fatto lavoro.

(non dipende dal percorso perché  $\vec{F}$  è forza conservativa)

Portiamo  $Q_1$  in  $O(x)/d$  e muoviamo  $Q_2$  verso  $Q_1$ . Calcoliamo lavoro per portare



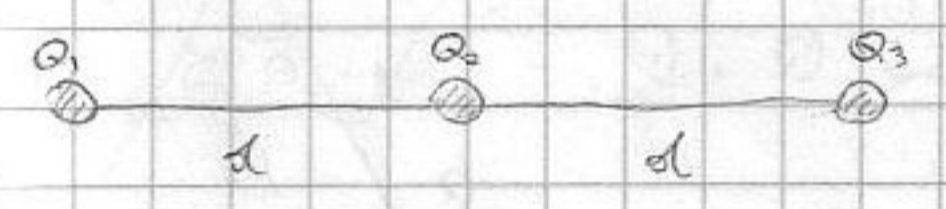
$Q_1$  in  $O$ . Portiamo a  $Q_2$  in posizione generale  $x$  e valutiamo lavoro per spostamento  $dx$ . Il lavoro

elementare  $dL = |\vec{F}| \cdot dx = \frac{k_0 Q_1 Q_2}{x^2} dx > 0$

Quindi  $L = \int_d^\infty \frac{dx}{x^2} = \frac{k_0 Q_1 Q_2}{d} > 0$ . Se libero cariche queste iniziano a rimpinguarsi.

Se cariche sono diverse  $L < 0$ , cioè le cariche tendono ad avvicinarsi  $\Rightarrow$  l'E accumulata al sistema è negativa (+ cariche uguali - E). Sistema  $\rightarrow$  E minima.

Rimettiamo generalizzare a + cariche. Ex: ho due cariche già bilanciate. Pensa 3:



Carica che voglio avvicinare a  $d$  da 3' carico. Quanto vale E?

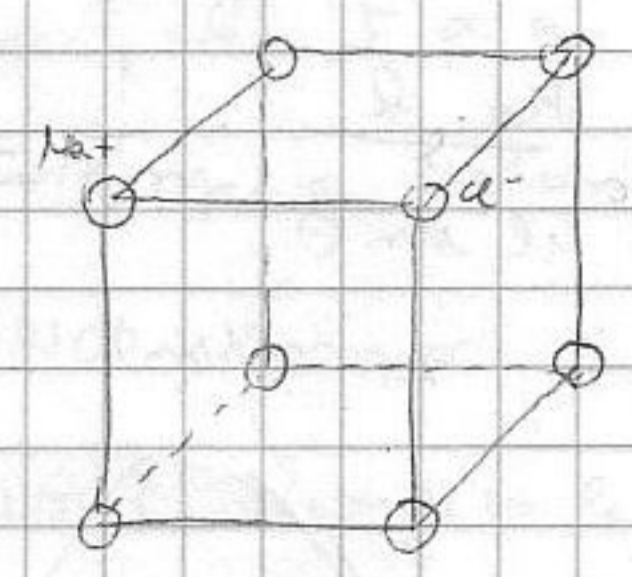
Penso pensarlo a norma di 2 E.  $\frac{k_0 Q_1 Q_3}{2d} + \frac{k_0 Q_2 Q_3}{d}$

(e aggiungo E iniziale)  $+ \frac{k_0 Q_1 Q_2}{d} \rightarrow E_{tot}$  è norma Energie x ciascuna coppia di cariche.

ho E trovata e quella per ROMPERE coppia di cariche a treve unito.

183 kcal/mol - E da applicare x rompere legame del NaCl [ $\Delta H$  del NaCl].

Costruiamo cristallo NaCl,  $d \approx 0,28 \text{ nm}$  [ $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  sono singoli portatori di carica; sistema di cariche elementari]

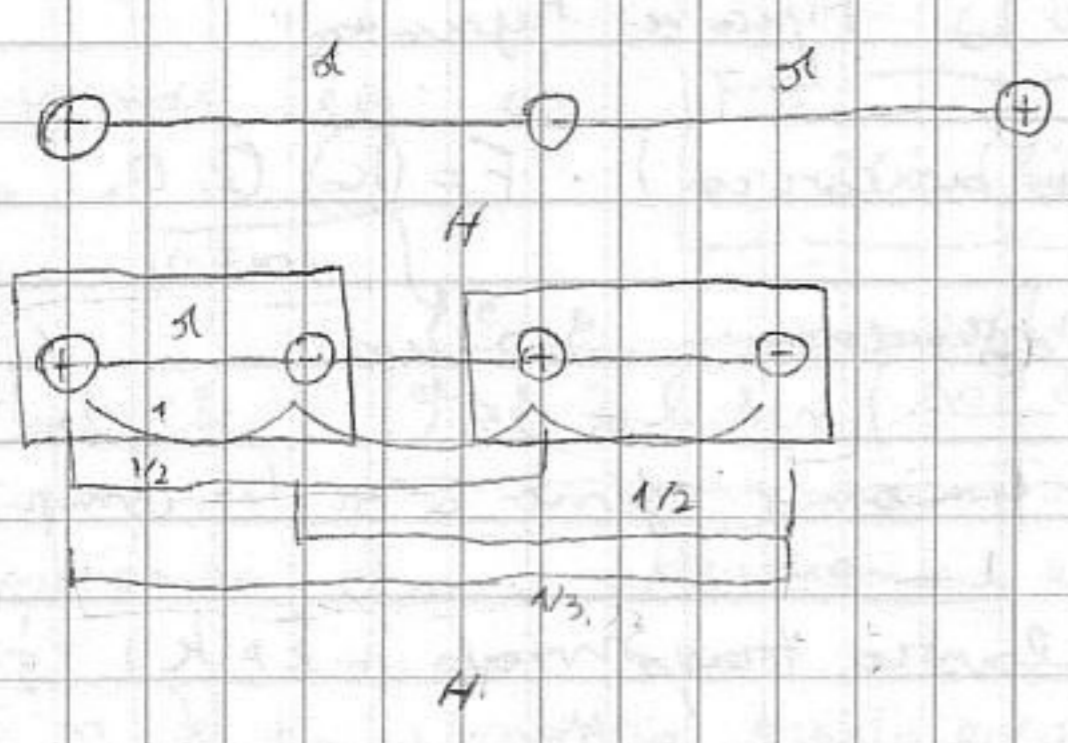


Vogliamo E legame di 1 NaCl.  $1 \text{ kcal} = 4190 \text{ J}$ ,  $1 \text{ mol} = 6 \cdot 10^{23} \text{ mole}$

vale  $\rightarrow 183 \text{ kcal/mol} = \frac{183 \cdot 4190}{6} \approx 1,3 \cdot 10^{18} \text{ J/molecola}$

$E = -k_0 \frac{q^2}{d} = -9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{0,28 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = -82 \cdot 10^{-20} \text{ J} = -0,82 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

Bronie di granzeria e Vilino.



- Due coppie a distanza di  $[-2] + \frac{1}{2}] \rightarrow \alpha$  tra le cariche positive

- 3 coppie da 1.  $[3] + [2 \cdot \frac{1}{2}] - [\frac{1}{3}]$   
 Procedendo nel colloco si sommano. Vogliamo

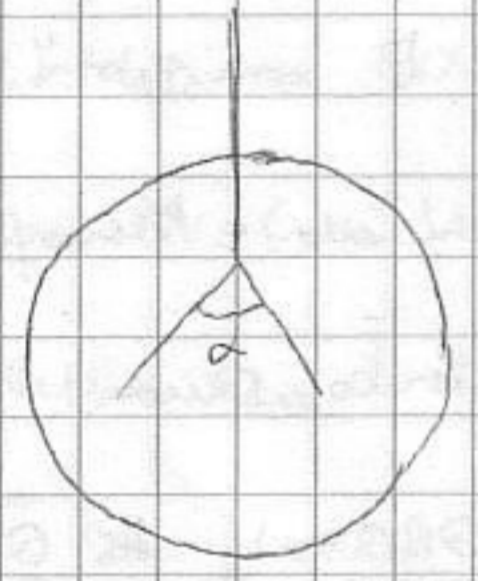
$E \times$  molecola. Qui ne ho 2  $\Rightarrow$  calcolo il valore per 2;  $]$  mostro semplice per n molecole col ex. 4  $[2n$  atomi, 8 atomi] Collociamo

coppie:  $-(2n-1) + (2n-2)\frac{1}{2} - (2n-3)\frac{1}{3} + \dots$   $E \times$  singola molecola e' tutto diviso 2;  
 $-\frac{2N}{N} [(1 - \frac{1}{2N}) - (1 - \frac{2}{2N})\frac{1}{2} + (1 - \frac{3}{2N})\frac{1}{3} + \dots]$   $\rightarrow$  enery. / molecola per n molecole. Ponendo  $N \rightarrow \infty$ , primi (3) termini si scrivono  $\Rightarrow E = -2[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots]$

$\rightarrow E$  singola molecola che compete in sotticolo  $\infty \rightarrow -2 \ln 2 \epsilon_0 = -1,13 \cdot 10^{-18} J$   
 molto simile a primo valore (errore di  $\approx 20\%$  - struttura cristallo ha natura di tipo elettrostatica)

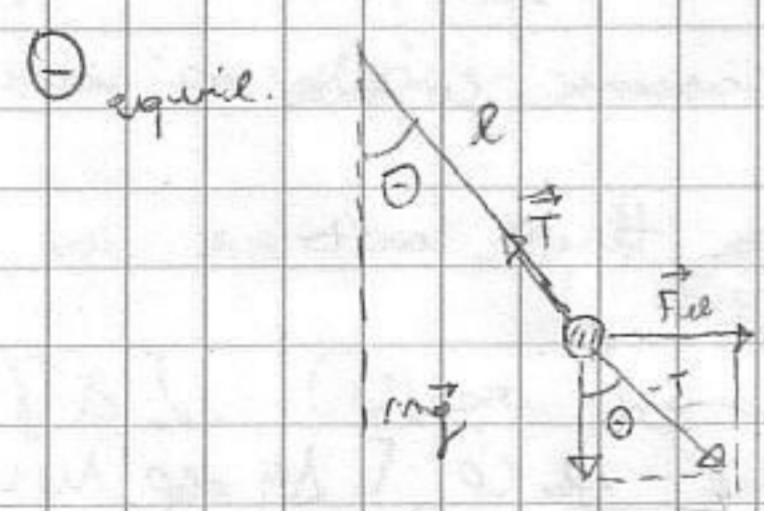
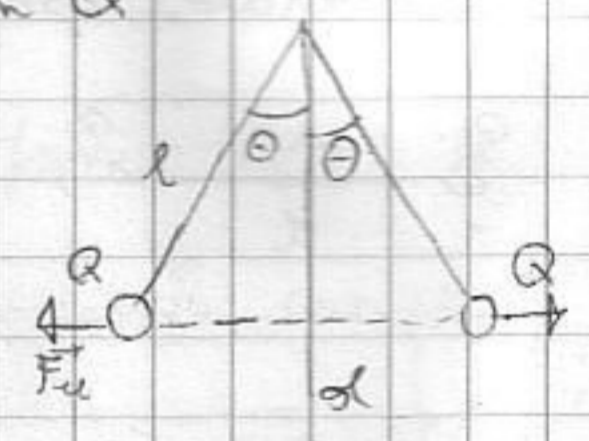
05-05-05

(elettrostatico) Trasporto cariche su foglie che si caricano con stesso segno quindi si respingono formando un angolo tramite il quale si misura carica



Si può pensare a sistema 2 pendoli caricati con Q e determiniamo  $\theta$ . Vogliamo relazione Q e  $\theta$ .

Usiamo Coulomb. Capire come determinare



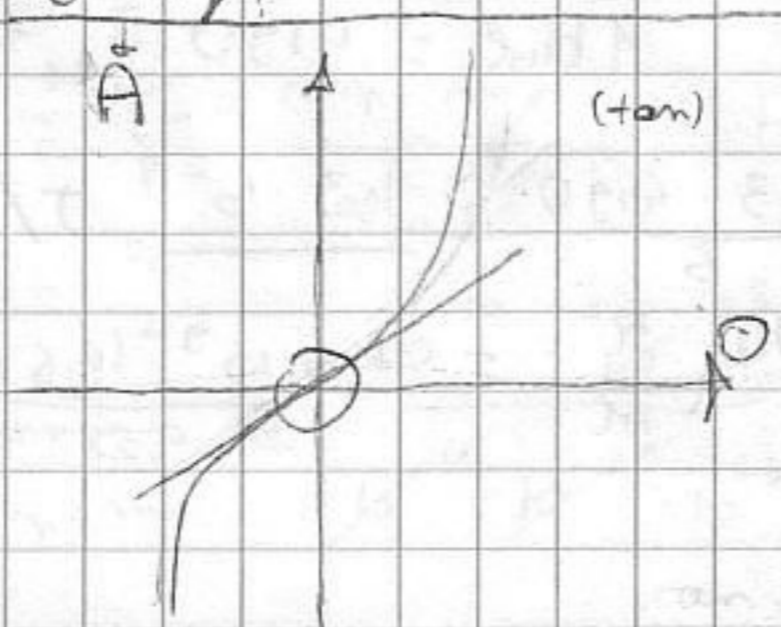
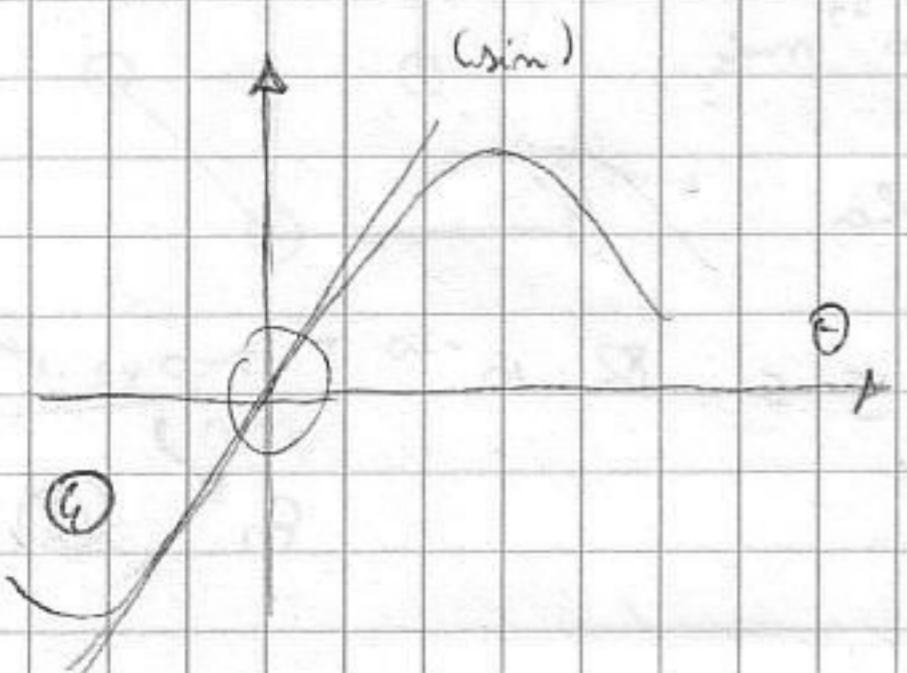
Imponiamo  $\vec{T} + \vec{F}_{el} + m\vec{g} = 0$   
 $\vec{F}_{el} + m\vec{g} = -\vec{T}$  Con. il triangolo,  $\frac{|\vec{F}_{el}|}{mg} = \tan \theta$   
 $F_{el}$  a  $\alpha$  tra cariche

$|\vec{F}_{el}| = \frac{k_0 \cdot Q^2}{d^2} [d = 2l \sin \theta]$ , quindi si ha

$\frac{k_0 Q^2}{4l^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{1}{mg} = \tan \theta$

$\frac{k_0 Q^2}{4l^3 mg} = \sin^2 \theta \tan \theta$

Se  $\theta$  suff. piccolo,  $\sin \theta \approx \theta$ ; la relazione si  $\tan \theta \approx 1$ , quindi  $\tan \theta \approx \theta [ \cos \theta \approx 1 ]$



x errore + accurato  $[ \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} ]$

Con questa serie approx,  $AQ^2 \approx Q^3 \rightarrow Q \sim \sqrt{A}$

Idrogeno: Se l'elettrone e' in moto ed e' accelerata, Coulomb non vale +

viene generalizzato, carica perde energia. + dovrebbe collassare

l'elettrone nel nucleo  $E = -\frac{k_0 q^2}{r}$

ho stato a minimo  $E$  e' quella in cui

- coste m +. Possiamo avere stime di

grandezza atomo.  $\Delta = 10^{-10}$  m. Elettrone non cade perché,

quando si avvicina a nucleo, (ma non sappiamo dove e') subisce l'incertezza e

aumenta la sua velocità (HEISENBERG)  $\rightarrow$  si ha  $\Delta x \Delta p \approx \hbar \rightarrow \hbar$  costante e costante  $10^{-34}$  J·s

Nel mondo macroscopico l'incertezza in posizione in. m +

COSTANTE di PLANCK

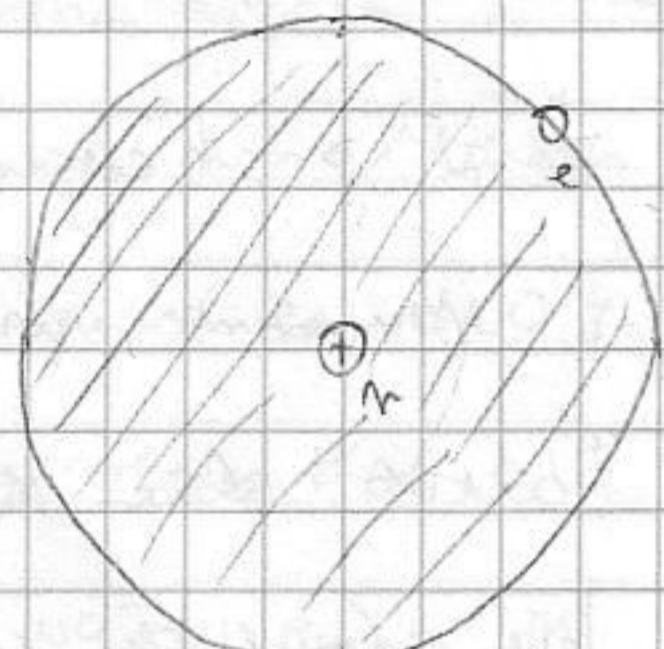
funziona che ha massa grande. (stiamo stiamo  $\pi$  tramite Coulomb e il Principio)

Uniamo principi primi. Confiniamo atomo a spazio det.

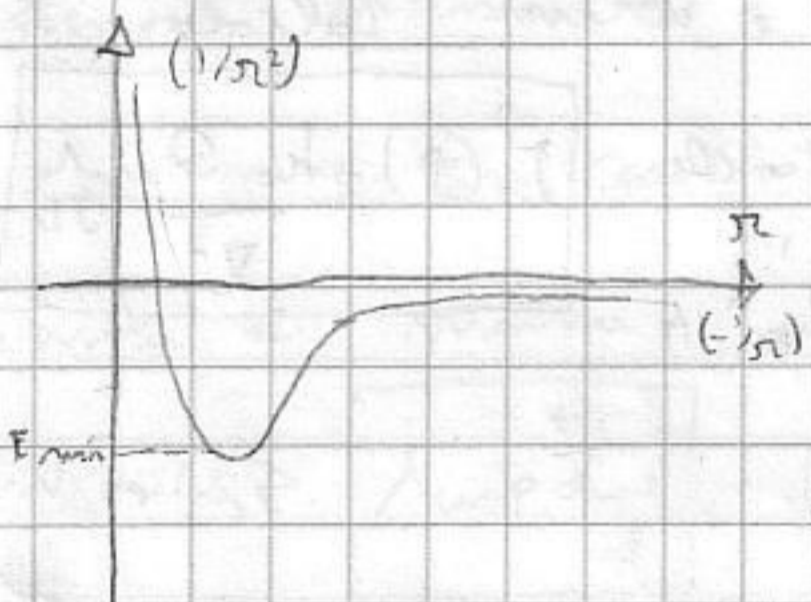
sta  $\pi$ .  $\Delta p \approx \frac{\hbar}{\pi}$ . Dico che  $E$  cinetica elettrone vale

$$E_{cin} \approx \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{\pi}\right)^2; \quad E_{tot} \approx -\frac{k_0 q^2}{\pi} + \frac{1}{2m} \frac{\hbar^2}{\pi^2}; \quad \text{quando}$$

$\pi$  diventa piccolo quasi il 2 termine



$$E' = \frac{k_0 q^2}{\pi^2} - \frac{\hbar^2}{2m\pi^3}; \quad E' \leq 0 \rightarrow \frac{k_0 q^2}{\pi^2} = \frac{\hbar^2}{m\pi^3} \rightarrow$$



$$\pi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{k_0 m q^2}} \approx 10^{-68}$$

$$m \approx \frac{\hbar^2}{9.6^2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 1.6^2 \cdot 10^{-30}} \approx 0.5 \text{ \AA}$$

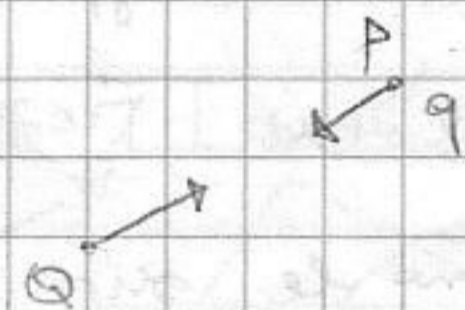
REGOLA di BOHR

3 lett. fondamentali fisica

Legge di Coulomb vale solo se cariche sono ferme.

Ma se sono in moto le vedo muoversi.

Supponiamo  $q \ll Q$ ;  $Q$  esercita su  $q$  una certa forza



(trascuriamo effetti su  $q$  in  $Q \rightarrow q$  e' resp. passivo) Coulomb ci dice che  $\vec{F}$  da  $q$

Se  $q$  e' in  $P$  e' resp. a forza  $\vec{F}$  verso  $Q$  che  $\vec{F} = q \vec{E}$  + dipende solamente

da  $Q$  (e dal punto in dove si trova);  $\vec{E}(P) =$  CAMPO ELETTRICO, campo

vektoriale [ regione nello spazio dove dato per punto definita un vettore ]. Specifico le

proprietà spazio circostante della quale una  $q$  ne risentirà.

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \text{la carica deve essere suff. piccola da non}$$

particelle ambiente ( $\vec{E}$  dipende solo da sorgente). Prende una  $q$  puntiforme

nello spazio, essa è soggetta  $\left[ \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \right]$  Campo magnetico  
 legge fondamentale elettromagn. legata a per. carica dip. da velocità particella  
 in termini di  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ ; (per ora  $\vec{B}$  non ci interessa)

Sia  $\vec{E}$  di  $\vec{B}$  soddisfanno eq. differenziali, + applici delle generalizzazioni di Coulomb

09-5-2005

$\vec{E}$ : Campo ELETTRICO, se con. distribuzione di cariche forme, allora la presenza delle cariche modifica proprietà spazio / in punto scelto su prova molto piccola, allora lo  $\vec{F}$  esercitata è  $q\vec{E}$  come sono distribuite cariche.

Ex: Qual è lo  $\vec{F}$  risultante che agisce su  $q$  al centro del quadrato?  $\rightarrow$  trovare

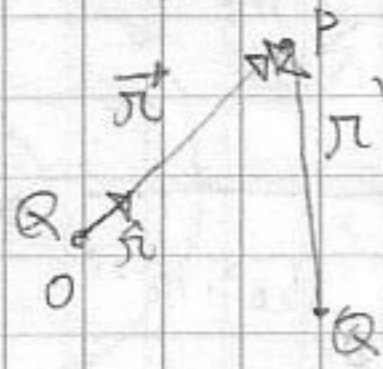
$\vec{E}$  in  $P$  ("carica d'ispezione" - si riferisce ad una convenzione)

Strumenti per mettere ordine nella teoria. Iniziamo ruolo "altito" alle cariche forme e il loro effetto su  $q$  prova.

Legge Coulomb ci dice che in punto una carica  $Q$  e volenti calcolare  $\vec{E}$

in  $P$  - devo mettere carica in  $P$  e vedere forza. Risultato che

$$\vec{E}(P) = k_0 Q \frac{1}{r^2}$$



Principio di sovrapposizione: se ho  $n$

cariche, allora  $\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$ . Si è visto

che il principio va sia a distanze interatomiche a scala atomica (nel elettrostatica le leggi sono di tipo lineare).

Dall'ex:  $\vec{E}(1)$  è vettore da  $q$  a  $P$  con modulo  $\frac{k_0 q}{(a/\sqrt{2})^2} = 2 \frac{k_0 q}{a^2}$ . Quali

sono le dim. di  $\vec{E}$ ? - è grandezza fisica, nel S.I. è unita di misura la

si scrive:  $N/C$ ,  $E(2) = 2 E(1)$  (stessa distanza ma carica è doppia);

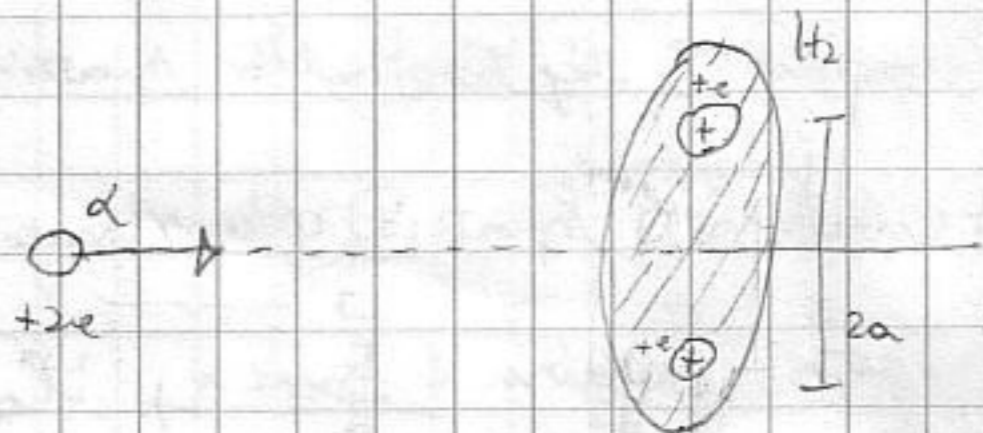
$E(3) = -E(4) \rightarrow$  si annullano;  $E(5) = 4 E(1) \rightarrow$  risultante è  $\vec{R}$  il cui modulo

$$2 \frac{k_0 q}{a^2} \times 5 = 10 \frac{k_0 q}{a^2}$$

Ex: Particella di prova attraversa centro

molecola  $H_2$  su traiettoria  $\perp$  ad asse congiun.

genti nuclei molecola [ $d$  è nucleo  $He$ ]



In quale punto traiettoria la particella riceve  $\vec{F}_{max}$  dovuta oscillazione  $H_2$ ?

Supponi che nuclei siano fermi (d è molto veloce) e trascuri  $\vec{E}$  degli elettroni

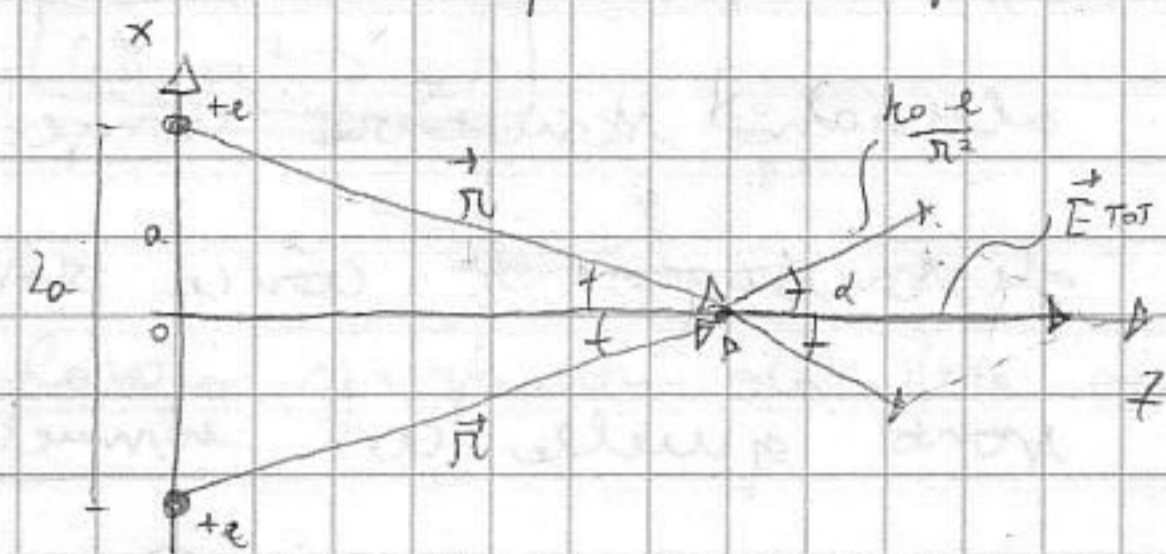
La  $\vec{E}$  in d dipende da  $\vec{E}$  dei nuclei  $\rightarrow \vec{E}(d)$  non è un solo punto, ma facciamo ipotesi.

Prob. si risolve a determinare  $\vec{E}$  dei due nuclei in un punto del sistema

de due particelle cariche  $[e = 1,6 \cdot 10^{-19} C]$

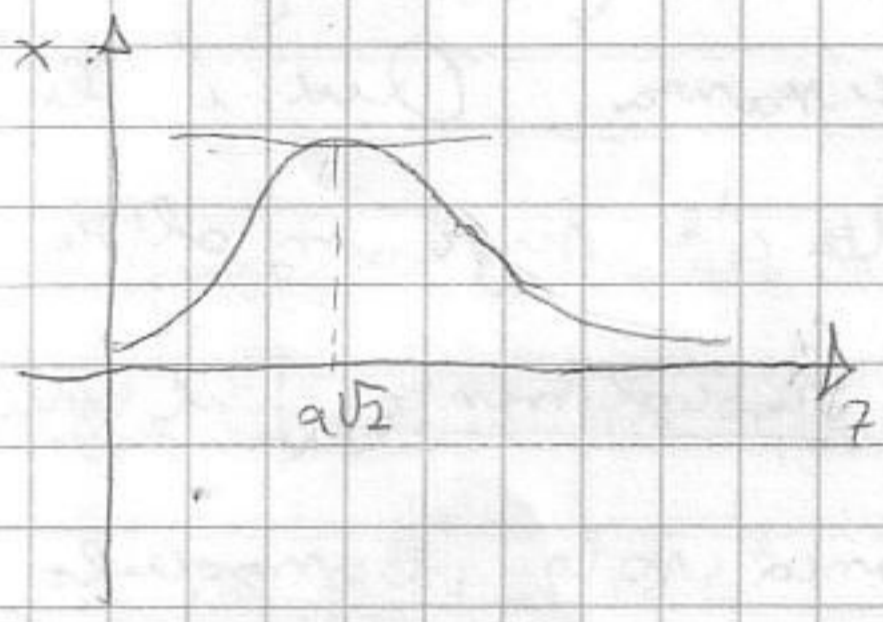
Se P è su coord.  $(0, z)$ ,  $\vec{E}$  è somma  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$

loro  $|e|$  e  $s$ ; in questo M.H. rif.  $\vec{E}_{TOT}$  ha 1 sola



Coordinate  $E_z = 2 \frac{k_0 e \cos \alpha}{r^2}$  componenti di  $\vec{E}_1$  in  $z$ .  $= 2k_0 e \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}$

Per calcolare il max di  $E_z$  basterebbe,  $z \gg a$  [sint. molto grande rispetto



a 2 nuclei vediamo  $H_2$  come se fosse un'isola carica

Le, in campo che tipo  $k_0 \frac{2e}{z^2} \rightarrow$  non è buona

approx. H (molecole e nuclei, E dovrebbe essere 0)

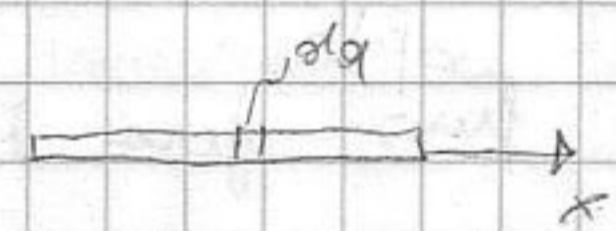
Annulliamo la derivata e si trova qualcosa tipo  $a\sqrt{2}$

Spesso si idealizza e si idealizza che carica elettrica è distribuita in

l. continue. Ex cariche distribuite su prima approssimazione; così come la

densità di massa, qui si introduce la DENSITA' LINEARE

DI CARICA  $\lambda = \frac{Q}{l}$  (la carica  $q$  quantizzata il  $e$ )



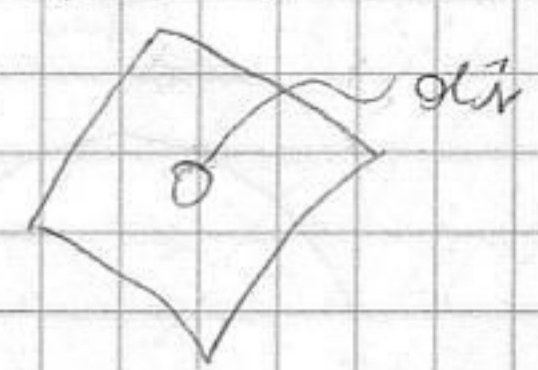
approssimazione  $\Rightarrow$  è strano parlare di  $dq/dx$ ; si introducono densità

che sono delle cariche si trasformano in integrali. Sono sempre approssima-

zioni. Lo stesso vale per superficie, ex superficie di CONDUTTORI [cariche sono

localizzate su superficie] conviene pensare di trovare

in  $dl$  e associare  $\rho_s = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{S}$  e quindi  $dQ = \rho_s dl$



(lo stesso x i volumi, dove si associa  $\rho_v$ , densità volumetrica, a  $dV$ , volume

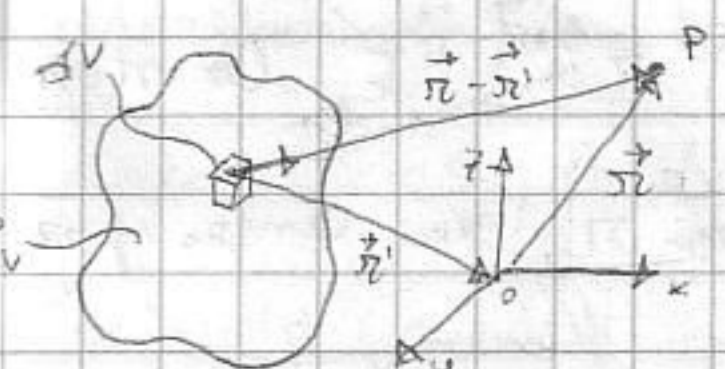
elementare:  $dQ = \rho_v dV$ )  $\rightarrow$  sono comode approssimazioni.

Cons. V dove è assegnata certa  $\rho_v$ . Voglio  $\vec{E}$ . Prendo M.H. rif. e vettore

posizione  $dV$  e P, allora  $\vec{E} = k_0 \int_V \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\vec{r} - \vec{r}')$

METODO DIRETTO per il calcolo di  $\vec{E}$

$\rightarrow$  integrale lungo f. vettoriale

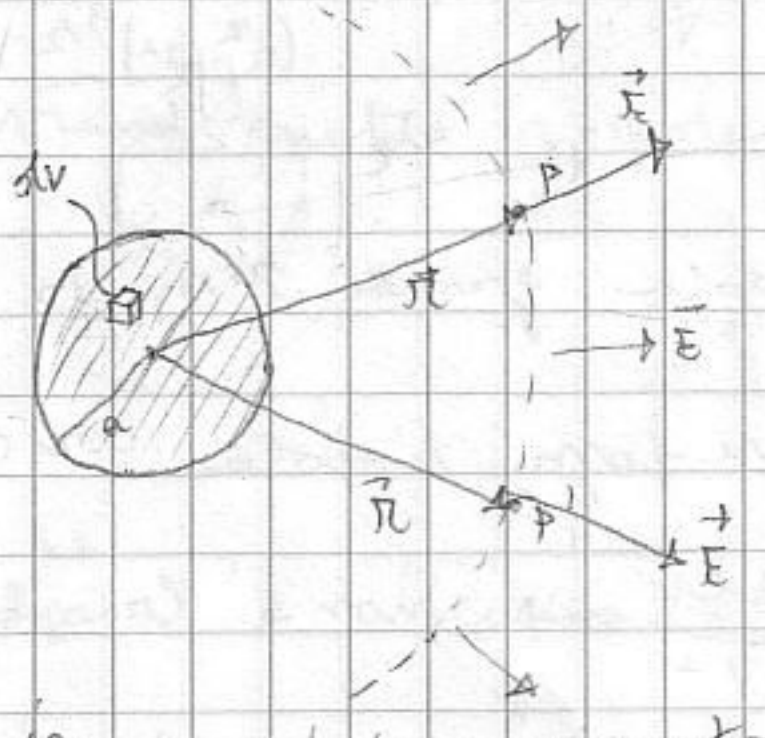




[Elettromagnetismo classico] - si deriva tutto

Da formula Coulomb si deriva elettrostatica → Primi per buoni! Coulomb per cariche statiche, principio conservazione carica elettrica, principio relatività; (C'è un modo ↔ x risolvere leggi elettrostatica.)

(Ez: nulla H ed elettrone con  $m_e$  e carica  $e$ , ma come è fatto) Quomodo abbiamo distribuzione complicata in una melassa distribuita. Ma 3 particolari distribuzioni di carica dove si considera carica totale come punti forme → sono quelle con simmetrie sferiche. Primi sfera raggio  $a$ , uniformemente carica nel volume. Quanto vale  $\vec{E}$  in  $P$ ?  $Q$  è carica totale →  $\rho_v = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$

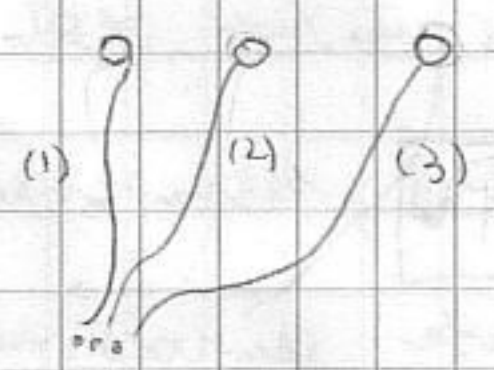
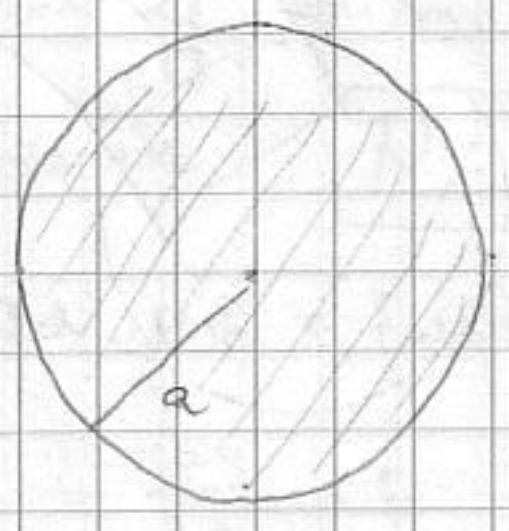


(Pensare a carica per volume  $dv$  e sommare contributi.) Se mi metto in  $P'$ ,  $\vec{E}(P') = \vec{E}(P)$  → verso sempre stesso sfera a stessa distanza. Qual è la direzione di  $\vec{E}$ ? A carica sferica c'è sempre un'altra in posizione simmetrica → mi aspetto che sia diretta radialmente. [Il verso è da segno carica - se è verso esterno].

Planca solo il modulo, che dip. solo da distanza  $r$ . Se  $r \gg a$ , ho  $\frac{Q}{r^2}$  (carica come se fosse uniforme). Se ci avviciniamo fino a superficie, vale stessa espressione perché distribuzione abbia simmetria sferica e  $\rho_v$  è costante. Se siamo fuori sfera  $\vec{E}$  è la stessa nel caso in cui la carica sia concentrata nel centro sfera (molto importante, spiega il perché legge di Coulomb).

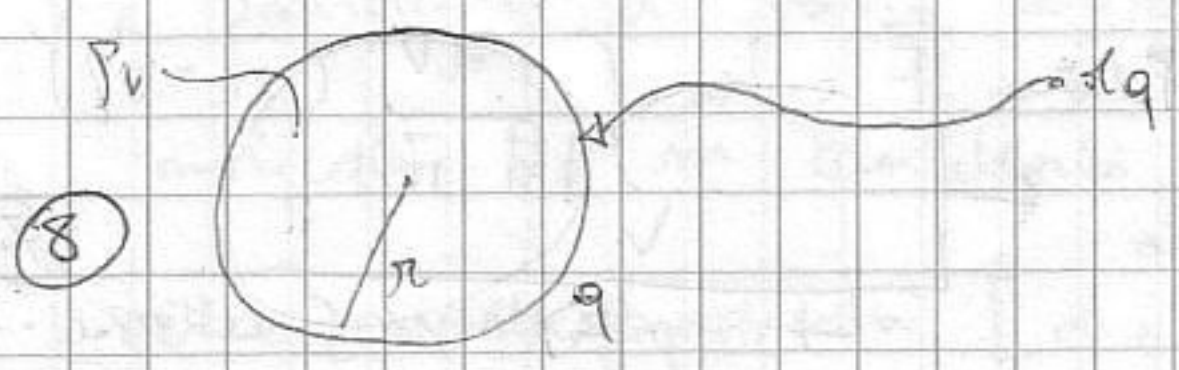
Supponiamo di avere  $Q$  e sfera raggio  $a$ . Che lavoro spendo per creare questa distribuzione di carica? Come faccio? - All'inizio non ho nulla,

penso il 1° portatore e lo metto al centro (lavoro nullo), poi penso il 2° e così via [speso lavoro gradualmente]



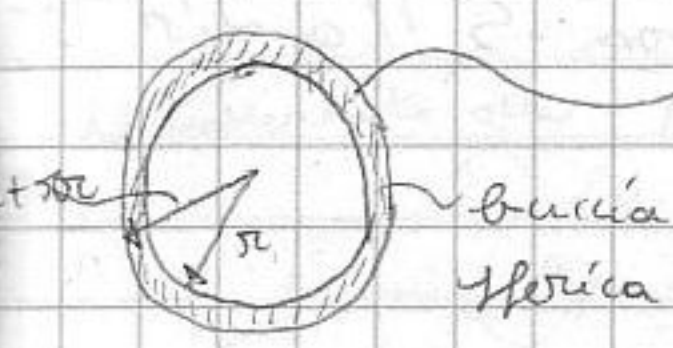
Suppongo che dopo un certo  $t$  ho già creato sfera. Ora prendo  $dq$  e calcolo il lavoro per inserirla nel lavoro.  $[q = \frac{4}{3}\pi \rho_v \pi^3]$  È la stessa per portare  $dq$  a distanza  $r$  da centro sfera

già creato sfera. Ora prendo  $dq$  e calcolo il lavoro per inserirla nel lavoro.  $[q = \frac{4}{3}\pi \rho_v \pi^3]$  È la stessa per portare  $dq$  a distanza  $r$  da centro sfera



Il lavoro è  $k_0 \frac{q^2}{a}$  (lavoro per portare 2 cariche a dist. finita tra loro)

[Come si fa "normalmente"]  $\pi^2$  Il prob. è  $\sigma q$ . Come la distribuire? Uniformemente  
 su tutta la superficie.  $\rightarrow$  è come se si portasse da raggio  $\pi$  a  $\pi + d\pi$



$dL = 4\pi r^2 dr \cdot \rho$  Invecchiamo tutto:  
 $dL = k_0 \frac{4}{3} \pi \rho^2 r^3 \cdot 4\pi r^2 dr$

[densità  $\rho$ ]  $dL = k_0 \frac{16\pi^2}{3} \rho^2 r^4 dr$   $\rightarrow$  lavoro per portare da raggio  $\pi$  a raggio  $\pi + dr$

Il lavoro totale è  $L = \frac{k_0 16\pi^2}{3} \rho^2 \int_0^a r^4 dr = \frac{k_0 16\pi^2}{3} \rho^2 \frac{a^5}{5} \cdot \frac{3}{a} = \frac{16\pi^2 \rho^2 a^5}{5} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3}{5} k_0 \frac{Q^2}{a}$   $\rightarrow$  Calcolo utilizzato per stima raggio  
 elettrone.

Se penso di costruirlo in questa modo (problema è anche la sua massa  $\rightarrow$   
 dopo Einstein si è pensato che forse di natura elettromagnetica)  $\rightarrow$  si è pensato

$\frac{3}{5} k_0 \frac{Q^2}{a} = mc^2 \rightarrow a = \frac{k_0 e^2}{mc^2} = \frac{10 \cdot 10^{-38}}{10^{-30} \cdot 10^{18}} m = 10^{-10} m$

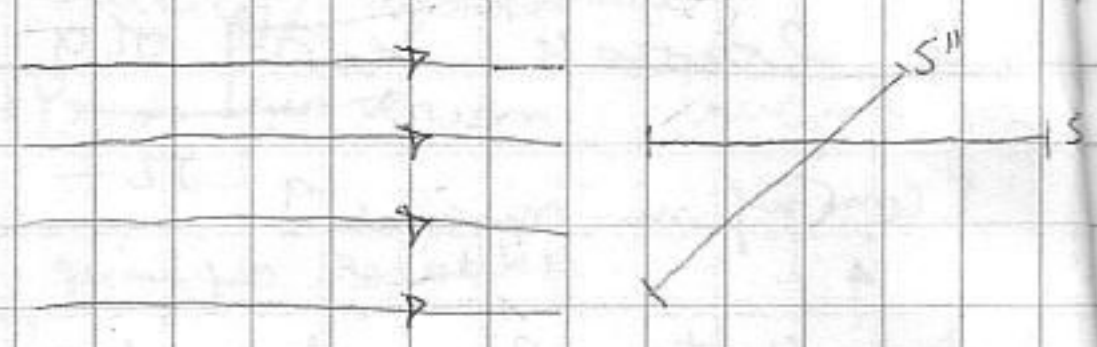
RAGGIO CLASSICO

Il raggio  $H$  è  $0,5 \text{ \AA}$ ,  $\approx 10^{-10} m$ ; ma scendere di 5 ordini di grandezza  
 sarebbe oltre le scale di Coulomb vale anche  $\times$  quelle di dimensioni (non verificata da  
 mecc. quantistica).

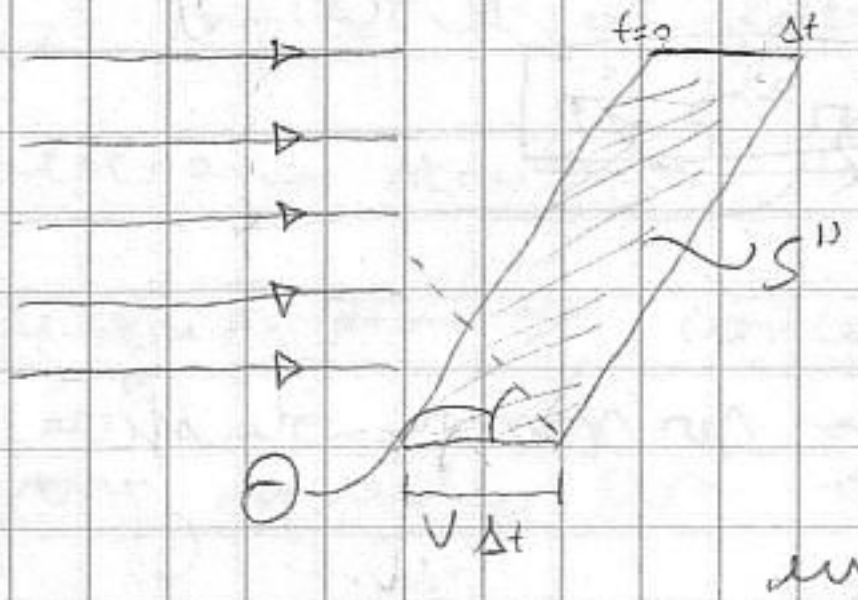
11-5-2005 (lavoro assegnato  $\rho$ , allora  $\vec{E}$  in  $\vec{F}$  di calcolo con il metodo solito)

Le sorgenti del campo elettrostatico sono cariche elettriche ferme  
 (Introduciamo un operatore nuovo.) Ex: flusso di  
 particelle, vediamo portata fluido. Presenzi una  
 superficie piana di area  $S$ . Quanti è il n. di particelle  
 che attraversano superficie nell'unità di tempo. / Seprio percorso particella.  
 $\Delta t \Rightarrow$  attraversa  $N$  zone; faccio passare in  $\Delta t$  e nel frattempo altre hanno  
 attraversato  $S$   $\rightarrow$  tutte si trovano oltre a  $V$ , a lo  $\rho v$  come  $\pi = \rho v \cdot V$   
 dove  $V = S \cdot \vec{v} \cdot \Delta t$ . Per sapere quante attraversano nell'unità di tempo  
 diviso per  $\Delta t \rightarrow$  al tempo  $\rho \cdot S \cdot v$

Ora studiamo regione // moto, e attraversano  
 la carica [S]. Se la mettiamo in S'' nota media  
 tra S e S' → conta l'angolo della regione



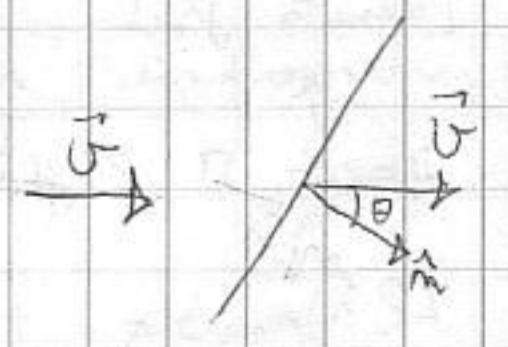
con la dist. di moto → flux con S ⊥ a dir. u e flux con S // a dir. u.



Volume regione S. u dt cos theta

$$\rho V S \cos \theta \rightarrow \text{si può moltiplicare}$$

avanzo mat. vettoriali. Prendiamo

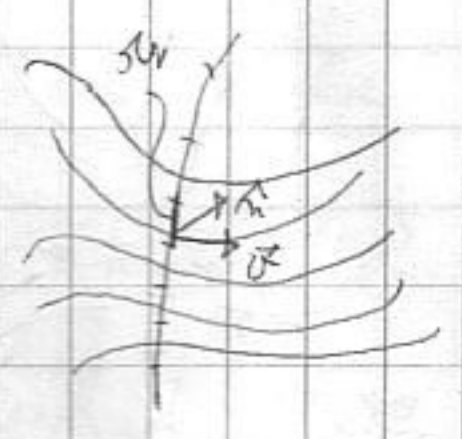


normale ⊥ a piano S'' (n), l'angolo con u è theta

$$\text{Quindi } u \cos \theta = |u| |n| \cos \theta \Rightarrow \rho \vec{u} \cdot \hat{n} \cdot S$$

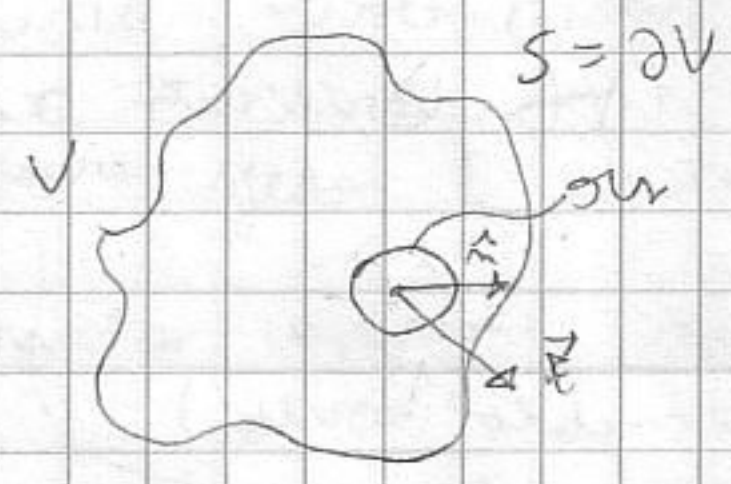
(Definisco proprietà di prop. q. su  
 materia di attraversare per q. su tempo)

in questo caso prende un sur e cont. (si suppone) → FLUSSO definita



∀ campo vettoriale tramite det. superficie. (può essere aperta o chiusa).

FLUSSO del campo E ATTRAVERSO superficie CHIUSA → mp. chiusa e frontiera  
 di un volume nello spazio; prendo S con certa distribuzione carica



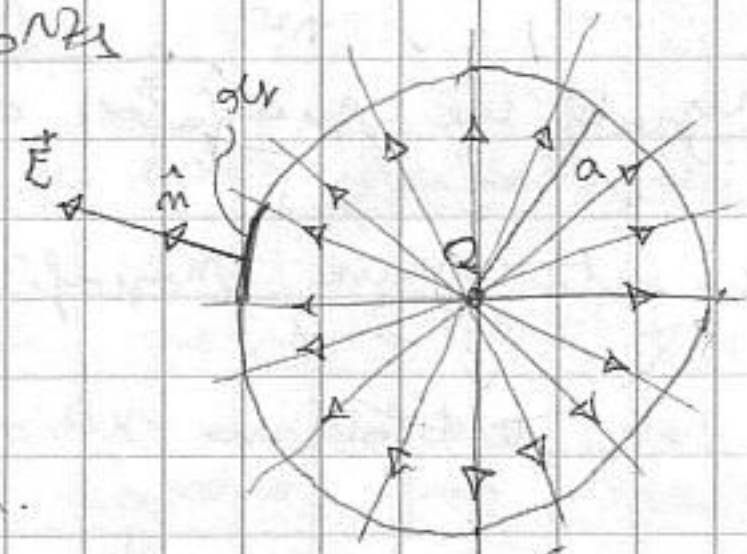
che generano E; prendo sur e considero k il tempo q  
 questo quanto vol e corr. la ⊥ alla superficie, orientata  
 × con direzione OSENTRE da S. Quindi faccio i calcoli!

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \oint_V (\vec{E})$$

(che - entrano carica) → q SCELTOE  
 (proprietà di X della E(⊥) su S)

Ex: E della carica q. ti forme Q > 0 con LINEE DI FORZA

(linee in ogni punto tangenti alla dir. di E e con le mos verso)



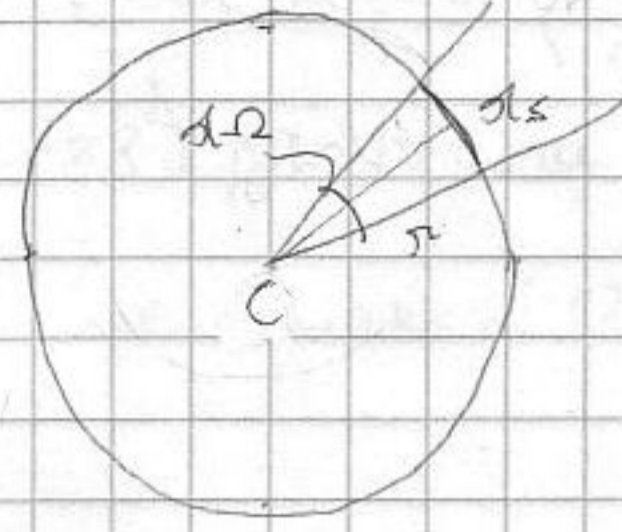
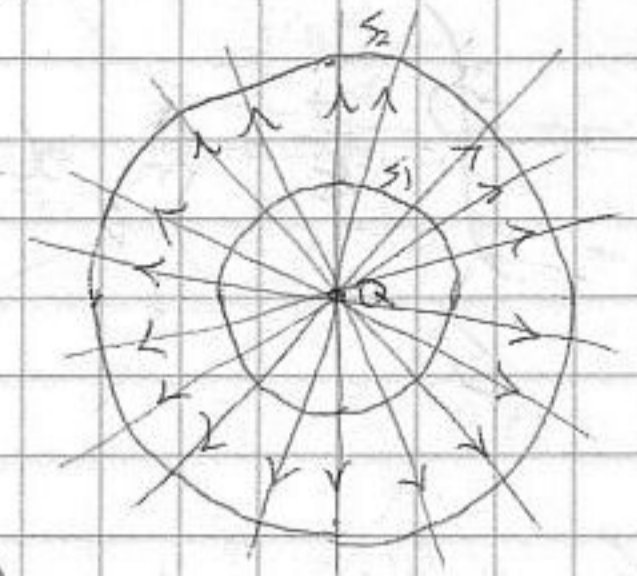
Se carica form = sarebbero entranti; calcoliamo E

impulso a sfere di raggio a centrata nella carica.

Prendiamo sur n, E // n ⇒ E · n = |E| =  $\frac{k_0 Q}{a^2}$ . Quindi  $\oint_S = \int_S \frac{k_0 Q}{a^2} dS$

⑩ essendo tutte costanti, ottengo  $\frac{k_0 Q}{a^2} \int dS = 4\pi a^2 \frac{k_0 Q}{a^2} = 4\pi k_0 Q$

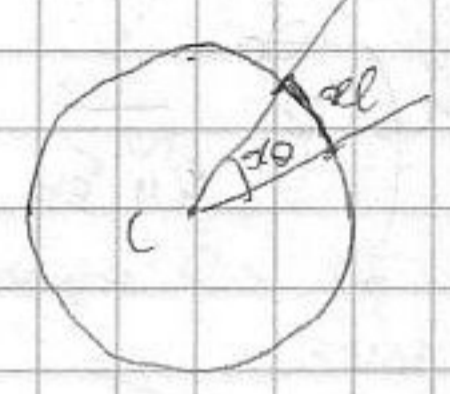
=  $\frac{4\pi}{3} k_0 Q$  →  $\vec{E}$  tramite superficie non sferica sul raggio della sfera →  
 → si pensa qualsiasi superficie sferica e  
 colloco  $\vec{E}$  ha stesso risultato. (le LM non sono  
 alterate da altre linee di forza). Generalizziamo.



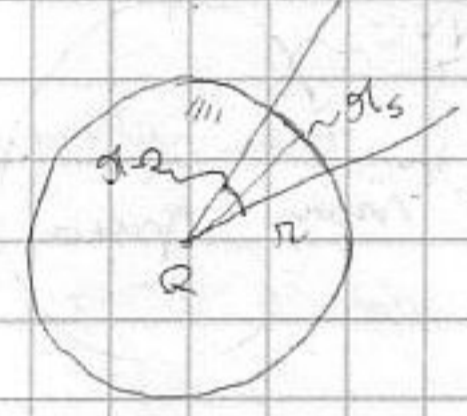
$$\vec{E} = k_0 Q \int_S \frac{ds}{r^2} \quad \text{(angolo solido)}$$

colato  $\frac{d\Omega}{dr}$

col e  $d\Omega$  in rstanti. Se punto  
 circonferenza di  $r \ll r_0$  ha stessa misura.



Stesso ragionamento per sfera pensata oltre colcolo rapporto con  $r^2$  (area)

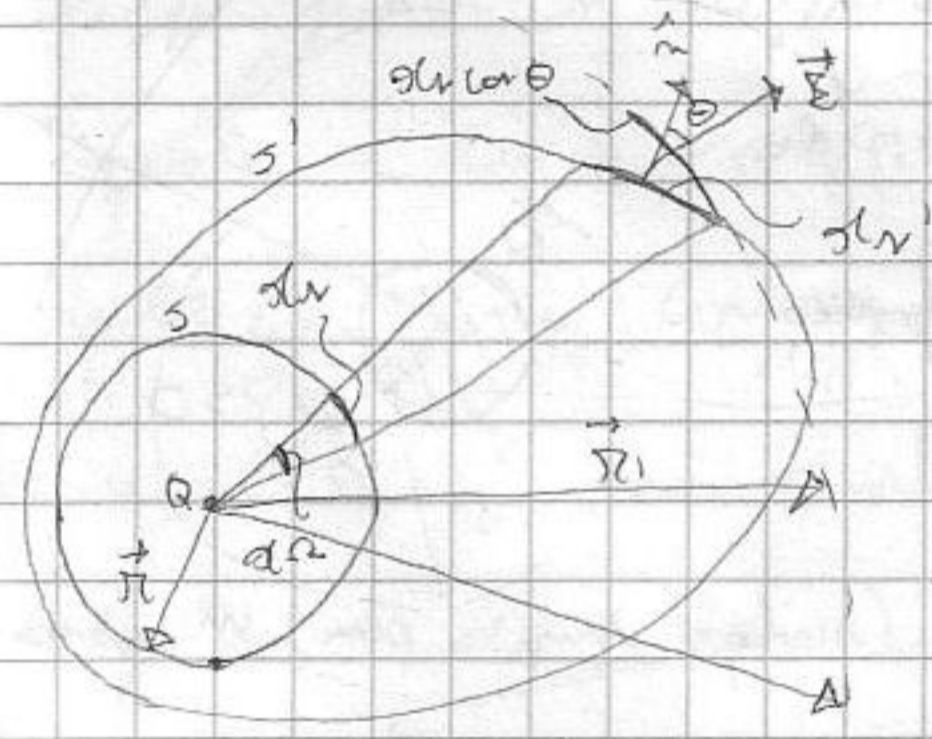


$ds/r^2$  è analogo a affetto nel piano; è l'angolo  
 solido  $d\Omega$  ("cono" nello spazio) → idea apertura  
 cono; estendendo a tutto lo spazio, angolo solido giro

area  $\frac{4\pi}{3} [d\Omega \text{ giro } r^2]$

Si può dare interpretazione  $\vec{E}$  in termini  $\Omega$  →  $\vec{E} = k_0 Q \int_S \frac{ds}{r^2} = \frac{4\pi}{3} k_0 Q$   
 (angolo solido sotto il quale vede l'elemento ds dalla carica puntiforme Q)

Ultima generalizzazione. Pensiamo altra sup. che contiene sfera. Posso collocare



$\vec{E}$  attraverso  $S'$  che  $\subset S$ ! Pensato  $ds'$ ,  $\hat{n}$ ,  $\vec{E}$ .

Calcolo su  $S'$ .  $\vec{E} \cdot \hat{n} = \frac{k_0 Q}{r'^2} \cos \theta \Rightarrow$

$\vec{E} \cdot \hat{n} ds' = \frac{k_0 Q}{r'^2} \cos \theta ds'$ ; nella sfera  $\cos \theta = 0$

quindi  $ds/r^2 =$  angolo solido.  $ds \cos \theta$  è

area element  $\Rightarrow \frac{ds \cos \theta}{r'^2} = d\Omega$  (è stessa cosa, non importa come è

fatta superficie) → contributo al flusso è sempre uguale come  $k_0 Q d\Omega$

→ ottengo esattamente stesso risultato.  $\oint_S (\vec{E}) = \frac{4\pi}{3} k_0 Q$  ( $k_0 Q \in V$ ) cioè

in carica e intorno a qualsiasi superficie).

Se carica fuori esterna,  $\Omega_{tot} = 0$ ,  $\Rightarrow$  per valore  $d$  della

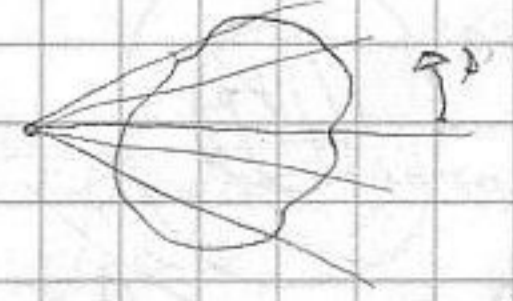
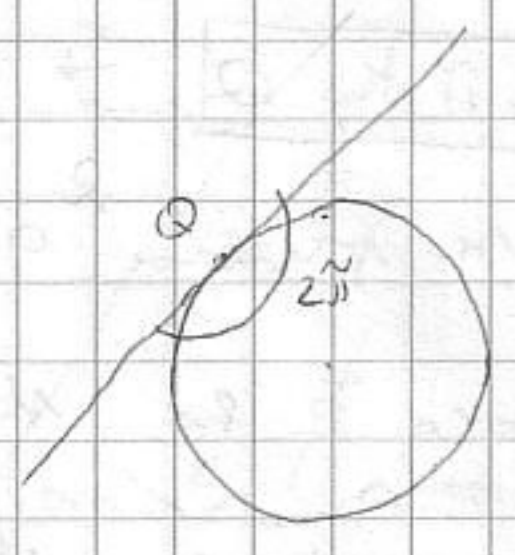


figura -  $\vec{E}$  punta lungo superficie, ma somma angoli è 0

Per ogni elemento da una parte, esiste altra  $\vec{E}$  è opposta → somma finale è 0.

TEOREMA di GAUSS

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \begin{cases} Q_{int} / \epsilon_0 & \text{se } Q \text{ è interna} \\ \frac{1}{2} Q_{int} / \epsilon_0 & \text{se } Q \text{ è su superficie} \\ 0 & \text{se } Q \text{ è esterna} \end{cases}$$

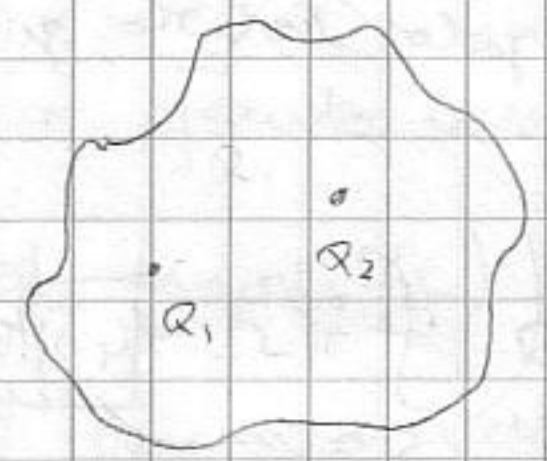


Se carica è su superficie ci sono problemi,  $Q_{int}$  di S. u. m.; nel S,  $k_0 \approx 9 \cdot 10^9$  e

$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow 4\pi k_0 = \frac{1}{\epsilon_0}$  PERMITSIVITA' DIELETTRICA NEL VUOTO ( $8,85 \cdot 10^{-12}$  m.f.d.)  
 COSTANTE

superficie chiusa  $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \begin{cases} Q / \epsilon_0 & - Q \text{ e } V \\ Q / 2\epsilon_0 & - Q \text{ e } \partial V (?) \\ 0 & - Q \notin V \end{cases}$

Se ho:  $Q_{int}$  e  $Q_3$  e'  $\frac{Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}$ ;  $Q_3$  non interviene, non può stare  
 Contribuisce

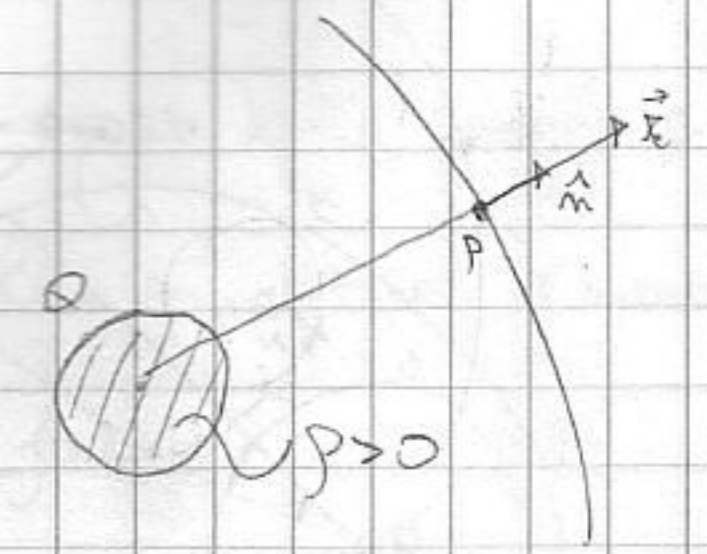


Th. Gauss e' conseguenza matematica 2 circolarità formale:

- 1)  $\vec{E}$  q ha direzione radiale
- 2)  $|\vec{E}|$  su q

[q e' carica puntiforme] varia con legge  $\frac{1}{r^2}$ ; se  $\vec{E}$  non aveva questa dipendenza e th non avrebbe questa forma

$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$  (cons. mat.)  
 Prendi sfera carica con p o m m sfera  
 Quanto vale  $\vec{E}$  in P

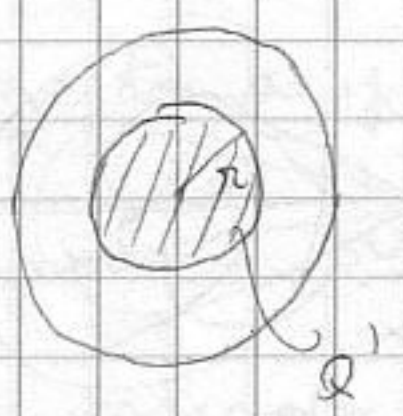


Devo calcolare  $|\vec{E}|$  applicato a sfera di raggio r (almeno min con simmetria sferica) (simmetria sferica) in tutti i punti di S,  $\hat{n} \parallel \vec{E}$ ; poi  $\vec{E}$

e' costante  $\Rightarrow E(r) \oint dS = E(r) \cdot 4\pi r^2 = Q / \epsilon_0 \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

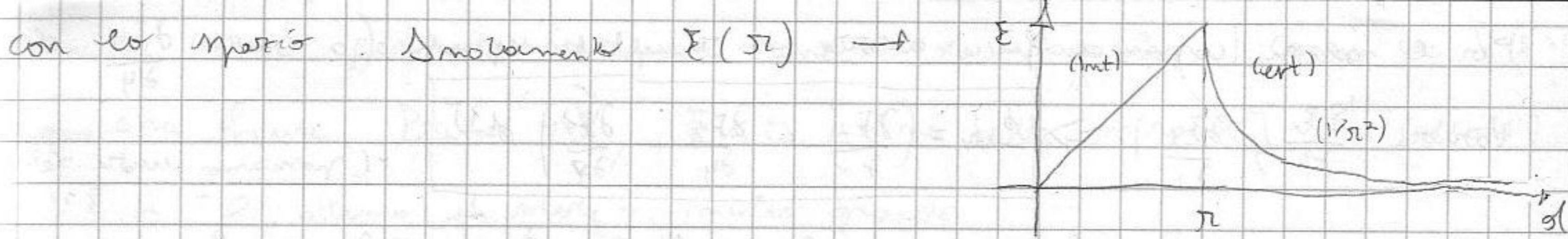
Se ho distrib. carica e n m. m. all'esterno,

$\vec{E}$  e' la stessa se carica e' concentrata nel centro di simmetria [esattamente]



Quanti  $\vec{E}$  all'interno sfera!  $4\pi r^2 E =$  (carica che sta contribuendo, non tutta)  $= \frac{4}{3} \rho \pi r^3 \frac{1}{\epsilon_0}$ ; semplif. cancello

$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r \Rightarrow$  dentro alla sfera,  $\vec{E}$  varia linearmente

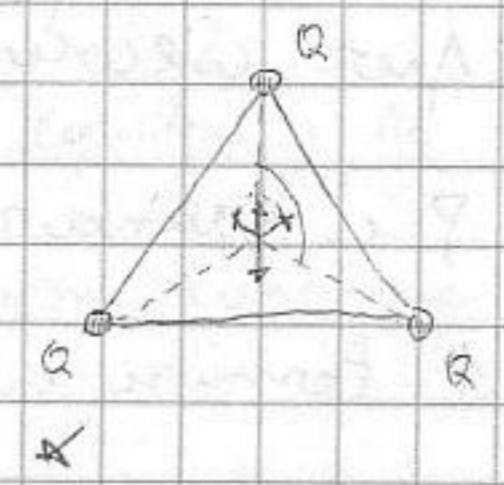
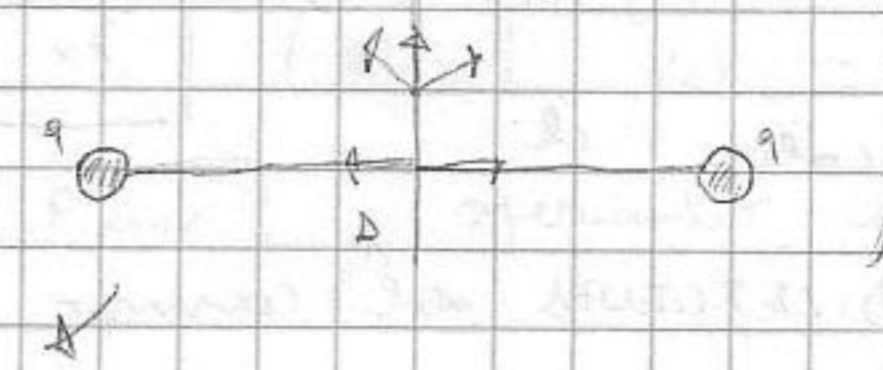


16-5-2005

$E_x$ :

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

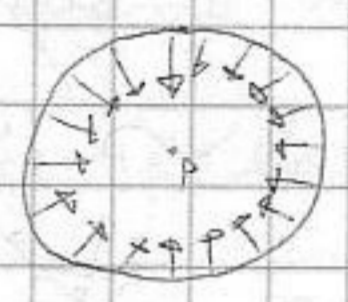
forma integrale th. Gauss



$\vec{E}$  nel mezzo e' 0  $\rightarrow$  p.to di equilibrio instabile  $\vec{E}$  nel baricentro e sempre 0  $\rightarrow$  eq instabile

$\vec{E}$  p.to di campo stabile al di fuori delle cariche statiche  $\forall$  distribuzione di cariche statiche

Ex: spostando il punto  $\vec{E}$  varia, circola attorno ogni

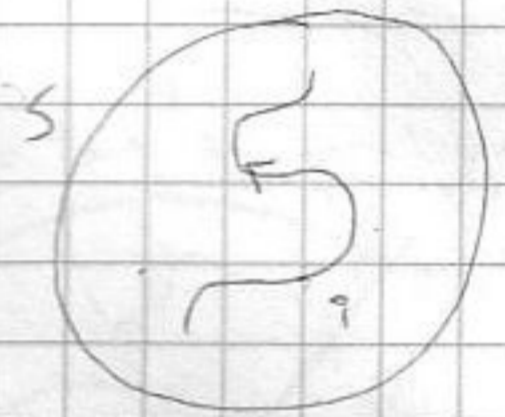


spostamento. Se dentro sfera  $Q_{int} = 0 \rightarrow \vec{E} = 0$ ; se e' con  $\rightarrow$

$\vec{E} = -$  e non nullo  $\rightarrow$  sistema legato in cariche ferme non puo' essere stabile

$\rightarrow$  modello atomico legato in cariche statiche non e' ammissibile

Th. Gauss vale anche x cariche in movimento, ex in figura, q di vario segno

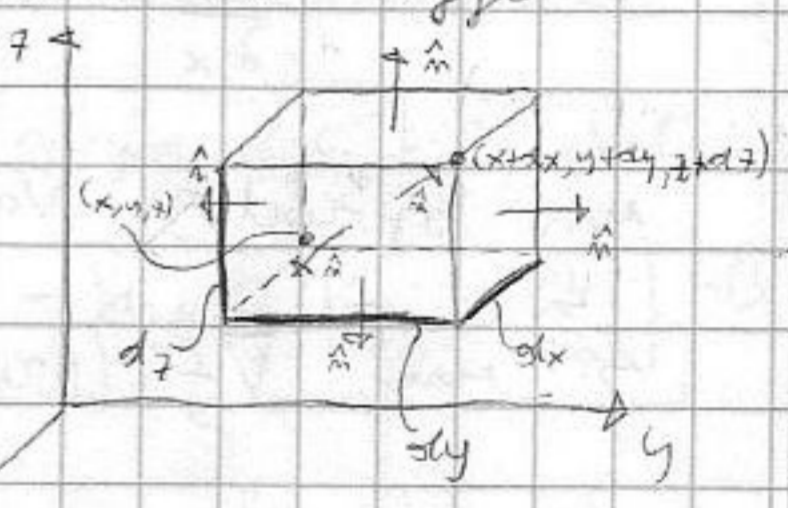


$$\text{ad } S \rightarrow \Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Le leggi fisica si preferiscono in forma differenziale. Si parte da leggi

integrali e la si applica a particolare sistema:

parallelepipedo con spigoli // ai 3 assi coordinati



vertice  $(x, y, z)$ ; noi parliamo il parallelepipedo con

spigoli  $dx, dy, dz$ . Vogliamo  $\vec{E}$  corrente. Specificiamo  $\hat{n}$

Calcoliamo  $\vec{E}$   $\forall$  coppia di facce. Prima faccia:  $\vec{E} \cdot \hat{n} =$  (angolo vettore  $\vec{E}$  visto

che considero  $dz$  quindi lo come costante)  $= E_y$ ;  $\Phi_1 =$

$$E_y \cdot (\text{area sup.}) \cdot dx \cdot dz, \Phi_2 = - dx \cdot dz \cdot E_y(x, y, z)$$

$$E_y(y+dy) \approx E_y(y) + \left[ \frac{\partial E_y}{\partial y} \right] dy \quad (\text{incremento di 1' ordine})$$

$$\left[ f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \Delta x \right]$$

Il contributo a  $\Phi_{tot}$  della coppia facce sono

$$\left( E_y(y) + \frac{\partial E_y}{\partial y} dx \right) dx \cdot dz - E_y(y) dx \cdot dz = \frac{\partial E_y}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dx$$

Per le altre coppie di forze otteniamo risultati uguali (a parte  $\frac{\partial E_y}{\partial y}$  di

Variando:  $\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}, \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) \Rightarrow \int dV = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) dV$  (nomiamo una costante)

1° ordine  $\rightarrow$  abbiamo fatto approx  $f(x)$  al 1° ordine) applichiamo Gauss:

per calcolare  $Q_{int} \rightarrow \rho dV \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$   $\rightarrow$  forma differenziale di Gauss

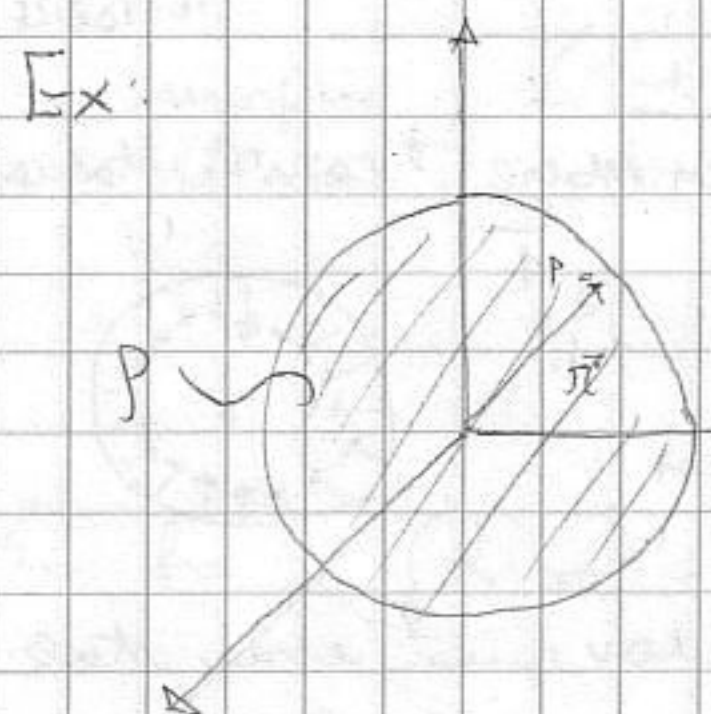
$\rho$  è grandezza locale, il

1° termine è la DIVERGENZA del campo elettrico  $[\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}]$  una grandezza

scalare definita con la Gauss  $\rightarrow$  risultato generale  $\Rightarrow$  **1° EQUAZIONE di MAXWELL**

$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$  (campo elettrico all'interno di una sfera omogenea e sferica  $\rho$ )

$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$  ; calcoliamo  $\text{div } \vec{E}$  ( $\vec{E}$  scritto in forma vett. e  $\vec{r}$  in mt. sfer. mentre la divergenza



espressa prima era in coord. cartesiane) ; esprimiamo  $\vec{r}$  in mt. cart.

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \Rightarrow E_x = \frac{\rho}{3\epsilon_0} x ; E_y = \frac{\rho}{3\epsilon_0} y ; E_z = \frac{\rho}{3\epsilon_0} z$

$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \Rightarrow \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  (nei libri mostrano il risultato)

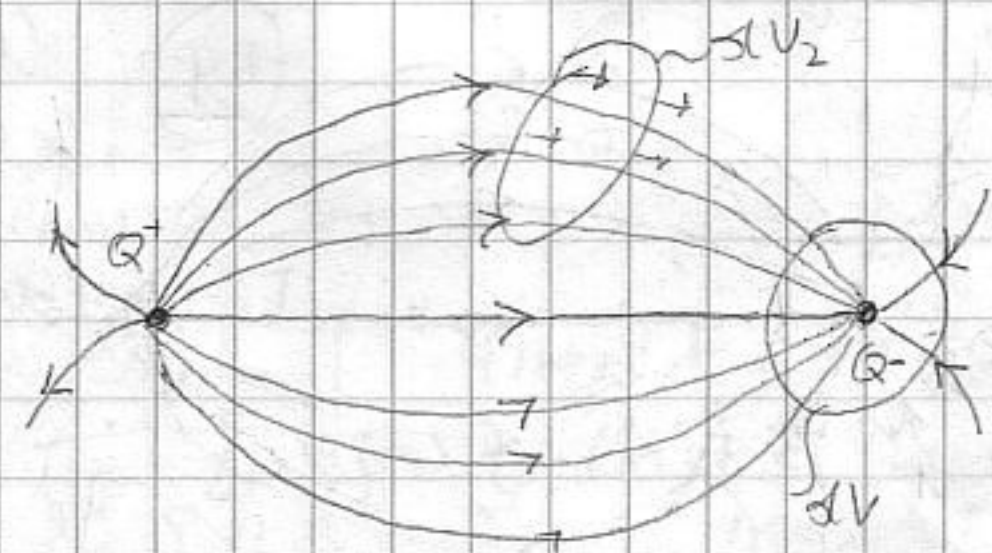
$\text{div } \vec{E} = \frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\partial}{\partial z} E_z$  (simile a prodotto scalare)  $\rightarrow$  si introduce

un operatore vettoriale  $\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$  [  $\vec{\nabla} f(x,y,z) = f_x \hat{i} + f_y \hat{j} + f_z \hat{k} \rightarrow$  vettore ]

Si usa  $\vec{\nabla} f$  (GRADIENTE di  $f$ )  $\Rightarrow \text{div } \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \Rightarrow$  1° eq. max =  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

1° legge Gauss mi dice quali sono le sorgenti di  $\vec{E}$ , cioè le cariche elettriche di tipo scalare, per definire  $\vec{E}$  mi serve la funzione scalare  $\rho$ .

Se le 2 cariche sono vicine,  $\vec{E}$  è dato dalla sovrapposizione dei 2 contributi. Le linee di forza di  $\vec{E}$  partono dai punti dove è concentrata



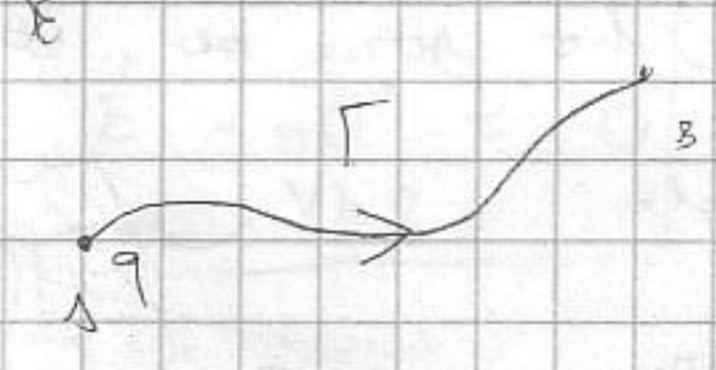
(14)  $Q^+$  e  $Q^-$  emettono in  $Q^-$  Proprietà importanti!

linee di campo generate nei punti con distrib. di cariche | Campi con  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$  hanno linee chiuse. Prendi  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} < 0$  [linee tutte entranti], se collochi sul  $\vec{E}$  in  $-Q$  ottengo un valore - molto grande.

Ex Mera Carica  $\sim \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$  se prendo una chiusa fuori carica ( $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}_2$ ),  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}_2 = 0$  [A carica], se prendo  $\vec{E}$ , esso e' nullo [E entra = E esce], operiamo con funzioni continue.

17-5-2005

$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  ;  $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ . Supponiamo  $\exists \vec{E}^+$  e due punti A e B e una carica di prova q messa in A.

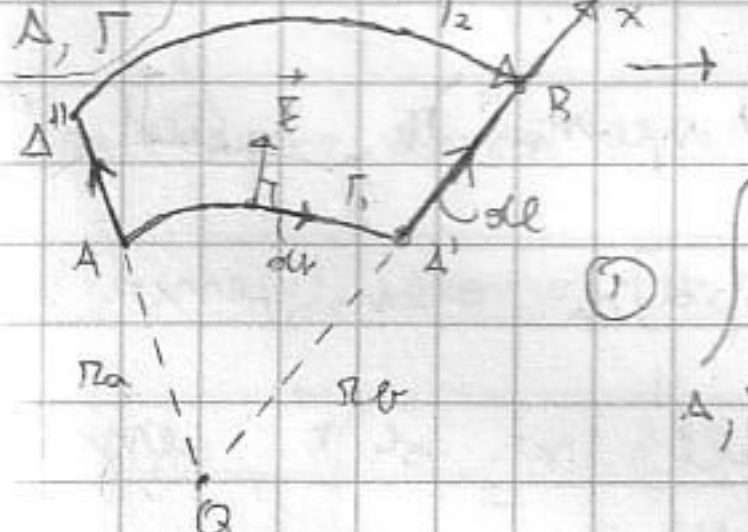


E' soggetto ad una  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Poi facciamo spostare q da A a B lungo  $\Gamma$ . Quanto e' il lavoro? Prendiamo q e lo poniamo vicino ad una  $Q > 0$

che genera  $\vec{E}$  ad una distanza r [abbiamo visto che il lavoro era  $k_0 \frac{qQ}{r}$ ]

Lavoro contro le forze del campo per portare q da A a B lungo  $\Gamma$ :

$W_{A \rightarrow B} = - \int_{A, \Gamma} q \vec{E} \cdot d\vec{l}$  [opposto del lavoro forze del campo]



Come si sente W da  $\Gamma$ ?  $\Gamma_1 =$  arco su circonferenza +  $\overline{A'B}$

il primo termine e' nullo perché  $\vec{E} \perp d\vec{l} \Rightarrow \text{prod. scal.} = 0$ ; Nel 2° termine  $\vec{E} \parallel d\vec{l}$

$$L = \int_{A, \Gamma_1} q \vec{E} \cdot d\vec{l} = q k_0 Q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dx}{x^2} = q k_0 Q \left[ -\frac{1}{x} \right]_{r_A}^{r_B} = -k_0 q Q \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Scegliamo un altro percorso  $\Gamma_2$  (prima possibile poi zero)  $\rightarrow$  si ottiene stesso risultato di prima. Perche' approx. qualsiasi  $\Gamma$  con sequenza archi circonferenza + allungamenti radiali noi parati al limite.

$$W_{A \rightarrow B, \Gamma} = - \int_{A, \Gamma} q \vec{E} \cdot d\vec{l} = qV(B) - qV(A)$$

Lavoro non dip. dal percorso  $\rightarrow$  F. el. e' conservativa

interviene come fattore di proporzionalita'  $\rightarrow$  si moltiplica  $\rightarrow$  una  $q = 1C$

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

$$- \int_{A, \Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(B) - V(A)$$

POTENZIALE ELETTROSTATICO  
fun. scalare associata  
relazione a cariche positive  $\vec{E}$

$\frac{J}{C} = V$  [VOLT]

(15)

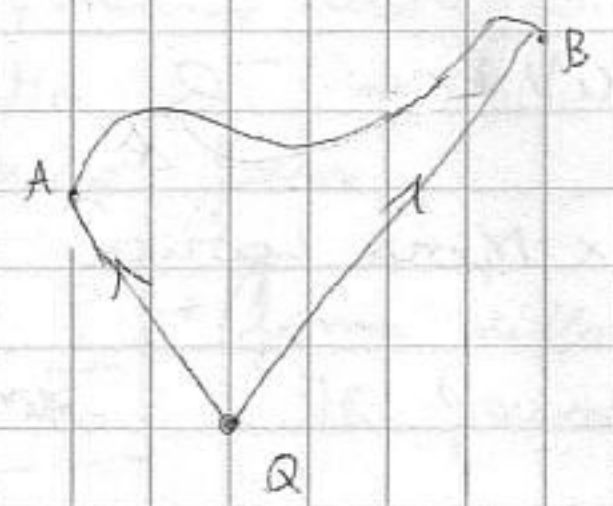


Nel caso di  $V$ , il livello 0 è fissato per  $r \rightarrow +\infty$  (ex. carica positiva)

$$V(B) - V(A) = \frac{k_0 Q}{r_B} - \frac{k_0 Q}{r_A} \text{ Prova a mandare } r_A \text{ a } \infty$$

$\Rightarrow$  il 2° termine va a 0. ;  $V(P) - V(\infty) = \frac{k_0 Q}{r}$  Affermo

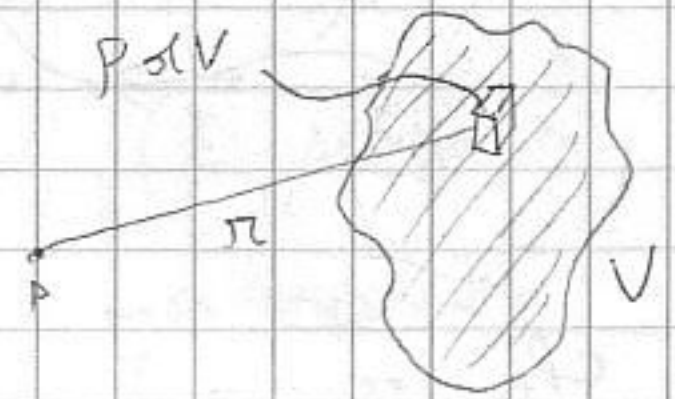
che  $V(P) = \frac{k_0 Q}{r} + V(\infty) \rightarrow$  normalizzato a 0  $\Rightarrow V(P) = \frac{k_0 Q}{r}$



Una carica puntiforme  $q$  genera nello spazio un campo elettrostatico conservativo del quale si può definire un potenziale riferito all'  $\infty$  stato da quella formula.

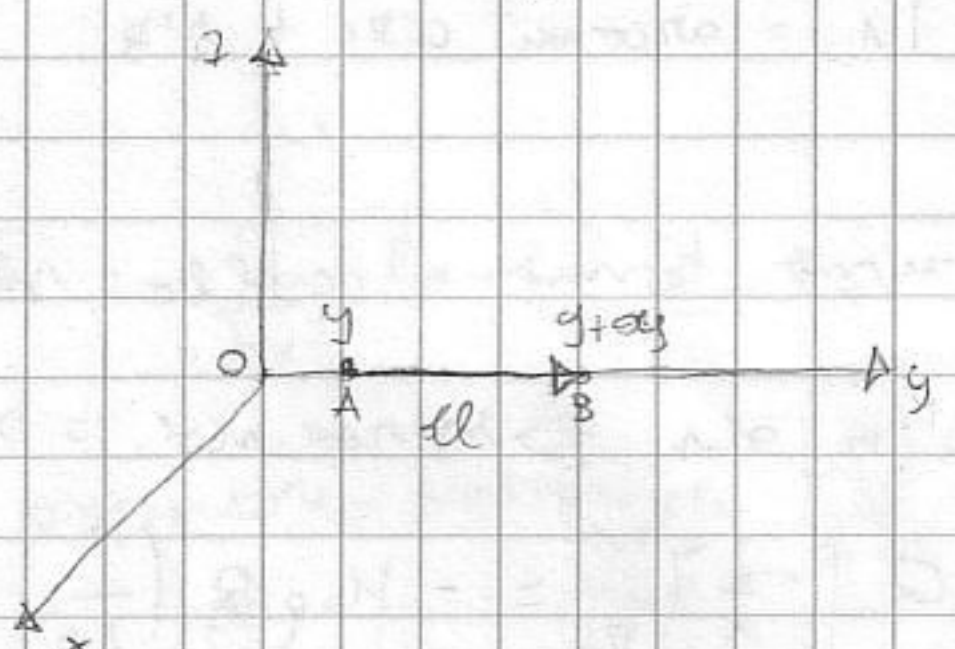
Perché introdurre i Potenziali? È meglio di lavorare con vettori, un po' più astratto ma utile. Poi, conoscendo  $V$ , si può ricavare  $\vec{E}$ . Ad ex. se ho come se cariche

discontinue, penso la distanza di  $q$  da  $P$  e calcolo  $k_0 \int \rho \frac{dV}{r} \rightarrow$  molto + semplice dei vettori. Posso ricavare tutte le componenti di  $\vec{E}$ .



Il potenziale è definito come:  $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(A) - V(B) \Rightarrow$  il campo è conservativo.

Ex. Conv.  $0(x,y)$  e  $A, B$  a distanza  $\infty$  allineati in  $y$ . Voglio  $V(A) - V(B) =$  (se punti sono lontani)



una approx.  $= -\frac{\partial V}{\partial y} dy$   $\rightarrow$  approssimando questa varia solo questa coordinata. Il d. q. stesso errore applico all'int. di  $\vec{E}$ , annullato

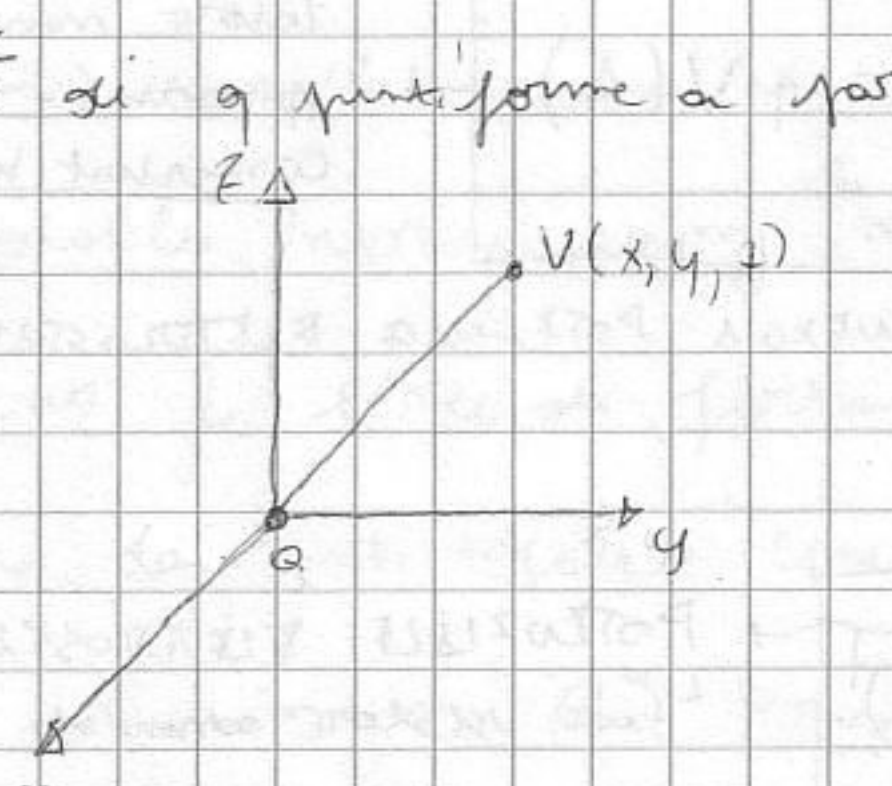
part.  $\infty \rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_y dy$ , eguagliando

le espressioni,  $E_y dy = -\frac{\partial V}{\partial y} dy \Rightarrow \boxed{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}}$  lo stesso per  $E_x, E_z$ .

Conoscendo  $V$  lungo tutto lo spazio ricavo  $\vec{E}$  come semplice derivazione matematica.

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$   $\rightarrow$  gradiente ( $\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$ );  $V$  è definito a meno di una costante (non importa il livello di 0 senza influenza su  $\vec{E}$ ) noi misuriamo  $\vec{E}$  non  $V$

Ex:  $\vec{E}$  di  $q$  puntiforme a partire da  $V$ ;  $V(x,y,z) = \frac{k_0 Q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ ; applichiamo  $\vec{\nabla}$



$\rightarrow \vec{\nabla} V =$  misuriamo da  $x$

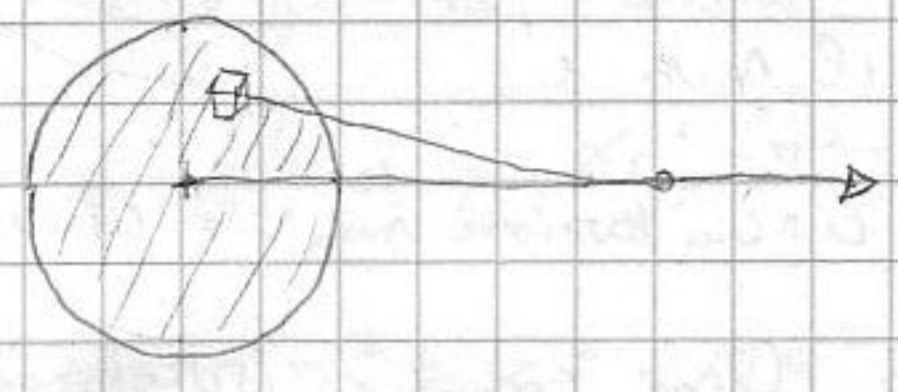
$$\frac{\partial V}{\partial x} = k_0 Q \frac{\partial}{\partial x} (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} = k_0 Q \frac{-1}{2} (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x$$

$$= -k_0 Q \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Derivando rispetto a y ho  $-\frac{k_0 Q y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$  e rispetto a z ho  $-\frac{k_0 Q z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$

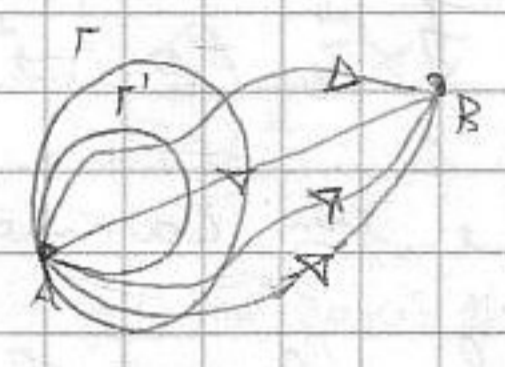
Quindi  $\vec{\nabla} \cdot V = \hat{i} \partial_x V + \hat{j} \partial_y V + \hat{k} \partial_z V = -\frac{k_0 Q}{\pi^3} (\hat{i} x + \hat{j} y + \hat{k} z) = \boxed{-\frac{k_0}{9} \frac{\vec{r}}{\pi^3}}$

Se ho distrib. carica uniforme (ex. sfera) e volume  $\vec{E}$ , prendo gli  $dV$ , calcolo  $V$  su  $dV$  e integro, poi applico  $\vec{\nabla}$  lavorare con campi conservativi e' possibile calcolare con  $\vec{\nabla}$  di pot. scalari



Vogliamo forma chiusa formula. Sappiamo che lavoro  $\oint$  percorso

Se  $\Delta \equiv B$  ho percorso chiuso ( $\Gamma, \Gamma' \dots$ ) e int. e' 0.  $\rightarrow$

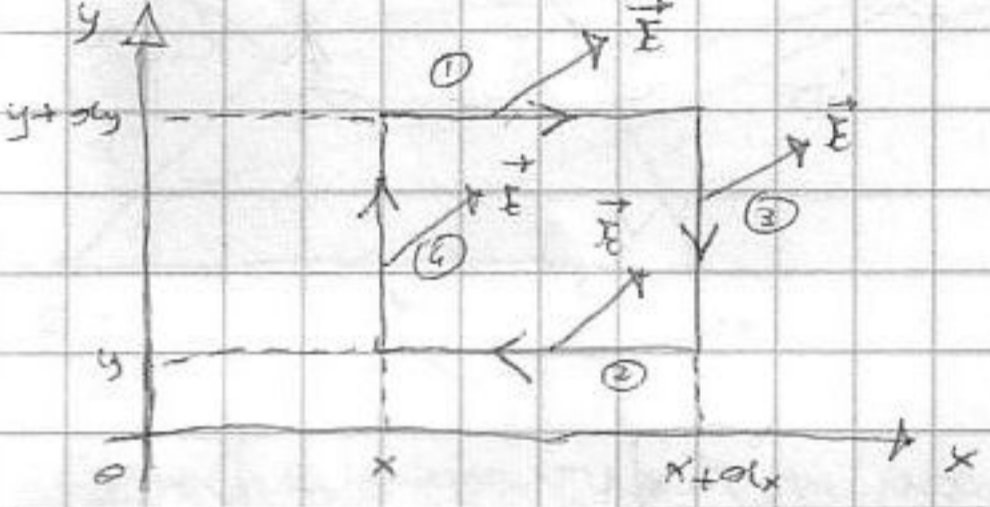


$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

ha circolazione su un campo elettrostatico; forma differenziale? e' identicamente nulla

CIRCOLAZIONE

Scegliamo percorso chiuso (rettangolo) In ①  $\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x dx$ , in ②  $\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_x dx$



quindi i contributi si annullano ma e' troppo approssimato; allora considero var. lungo y e quindi

$[E_x(y+dy) - E_x(y)] dx = \frac{\partial E_x}{\partial y} dy dx \rightarrow$  contributi di ① e ②

In ③ ho  $-E_y(x+dx) dy$ , mentre in ④ ho  $E_y(x) dy$ . Quindi i contributi di ③ e ④ sono  $[E_y(x) - E_y(x+dx)] dy = -\frac{\partial E_y}{\partial x} dx dy$ , (ho trascurato var. di  $\vec{E}$ )

Infine  $\oint_C \dots = \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) dx dy = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0$  (derivate miste sono =)

Lo stesso per:  $\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$  e  $\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial y}$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \text{rot } \vec{E}$  [ROTORE] =  $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \hat{i} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \hat{j} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \hat{k} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$

la conservativita' del campo ci dice che queste componenti sono uguali a 0  $\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \rightarrow$  il campo elettrico ha rotore nullo

2° Eq. di MAXWELL

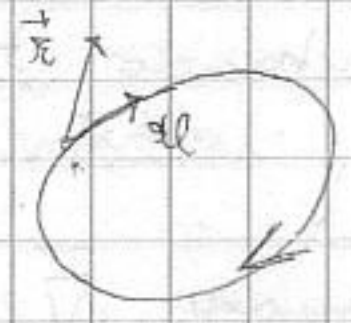
18-5-2005

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  e il rotore, qualcosa che ruota, e' legato a proprietati su "circolanti".

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{E} = -\nabla V$  (ex. elettrostatica: nei vertici parteciali hanno ruoti

rotazione)  $\rightarrow$  legato alla circolazione nulla gli  $\vec{E}$  in C qualsiasi.

$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$  e' la comp. tangenziale media di  $\vec{E}$



le linee di un campo conser. non possono chiudersi su se stesse,

perche' se linee di campo di  $\vec{E}$  sono chiuse basta prendere come circuito una linea di campo,  $\vec{E} \parallel d\vec{l}$  (linea e' tang.); il p.m. e'

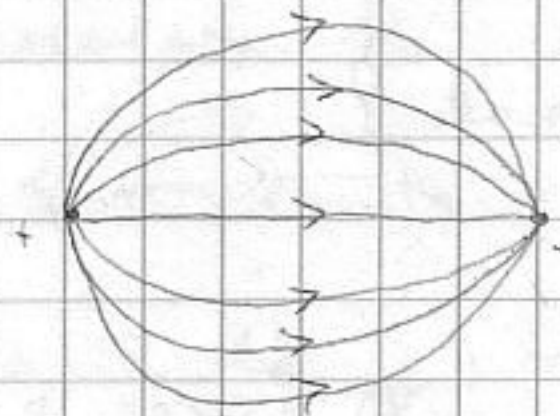


sempre positivo ed  $\exists$  almeno 1 percorso chiuso dove circolazione non e' chiusa.

$\vec{\nabla} \times \vec{E} \neq 0 \rightarrow$  c'e' vortice, c'e' punto dove rotore e'  $\neq 0$ . Un campo irrotazionale

e' un campo le cui linee di forza ricorrono non sono chiuse.  $\vec{E}$  non

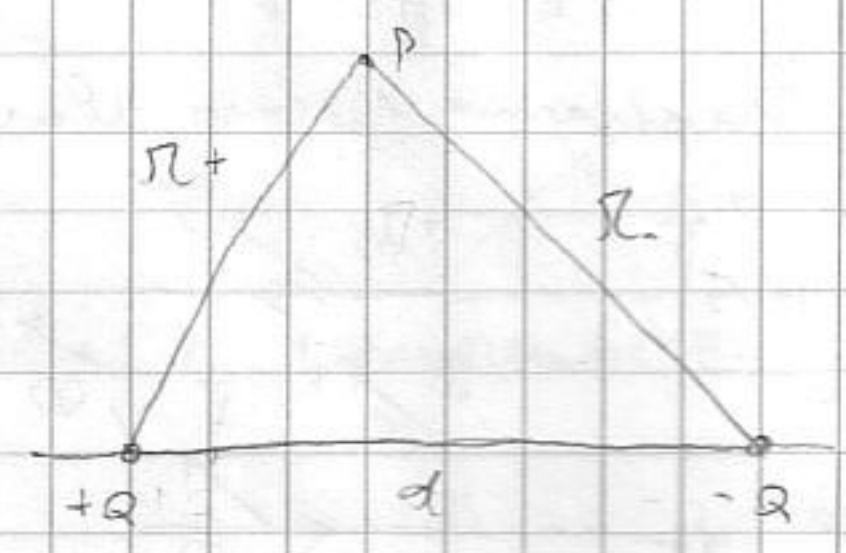
ha linee chiuse (linee di forza gravim. sempre intuitive, sono tan.



alla dir. del campo). Dove c'e' un campo a rotore non nullo

si modificano le linee che si avvolgono intorno a p.m.

$\vec{E} = -\nabla V$ ; ex: due cariche opposte a distanza  $d$ .



Calcolare  $V$  delle cariche in tutto lo spazio.

$V(P) = V(+Q) + V(-Q)$  ( $r_+, r_-$  distanze di P dai Q) =

$\frac{k_0 Q}{r_+} + \frac{-k_0 Q}{r_-}$ ; supponiamo  $V(\infty)$  come  $V$  sui riferimenti. Date

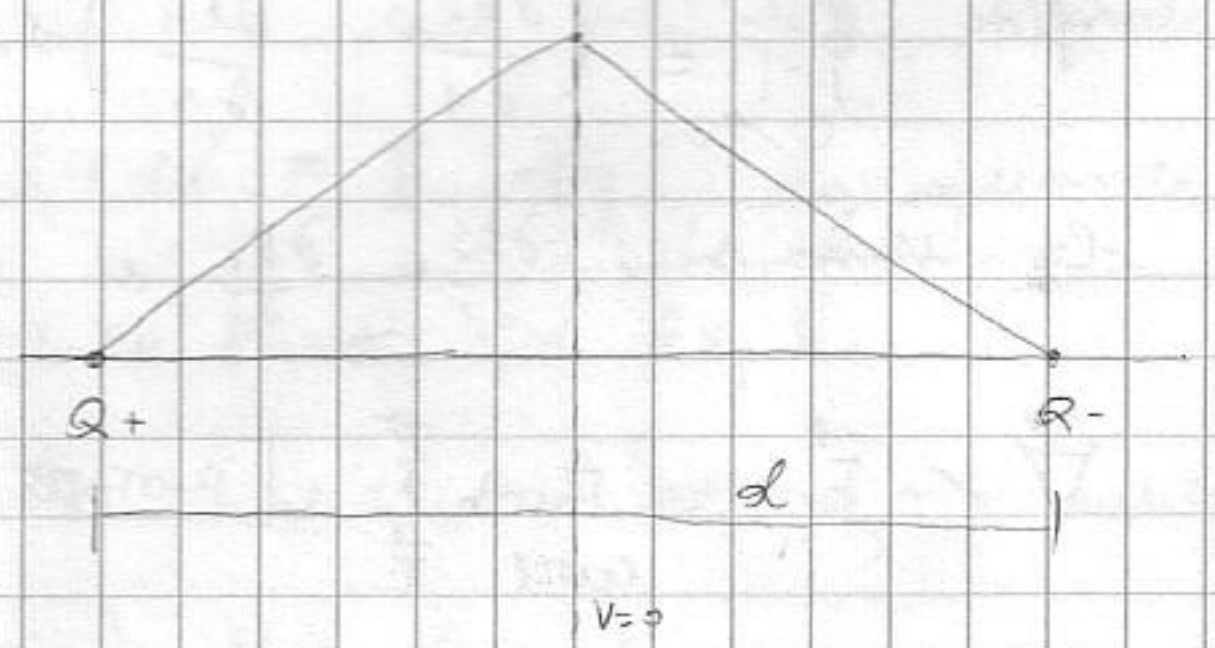
queste cariche, trovare la sup. dello spazio che assume  $V(\infty) \rightarrow$  trova

un'is. dello spazio dove  $V(P) = 0$ . Eguiamo risultati a 0.  $\frac{k_0 Q}{r_+} = \frac{k_0 Q}{r_-}$

$\rightarrow r_+ = r_-$  (c'e' simmetria assiale)

Faccio ruotare axe e ottengo il piano  $\perp$

a  $Q_+ Q_-$

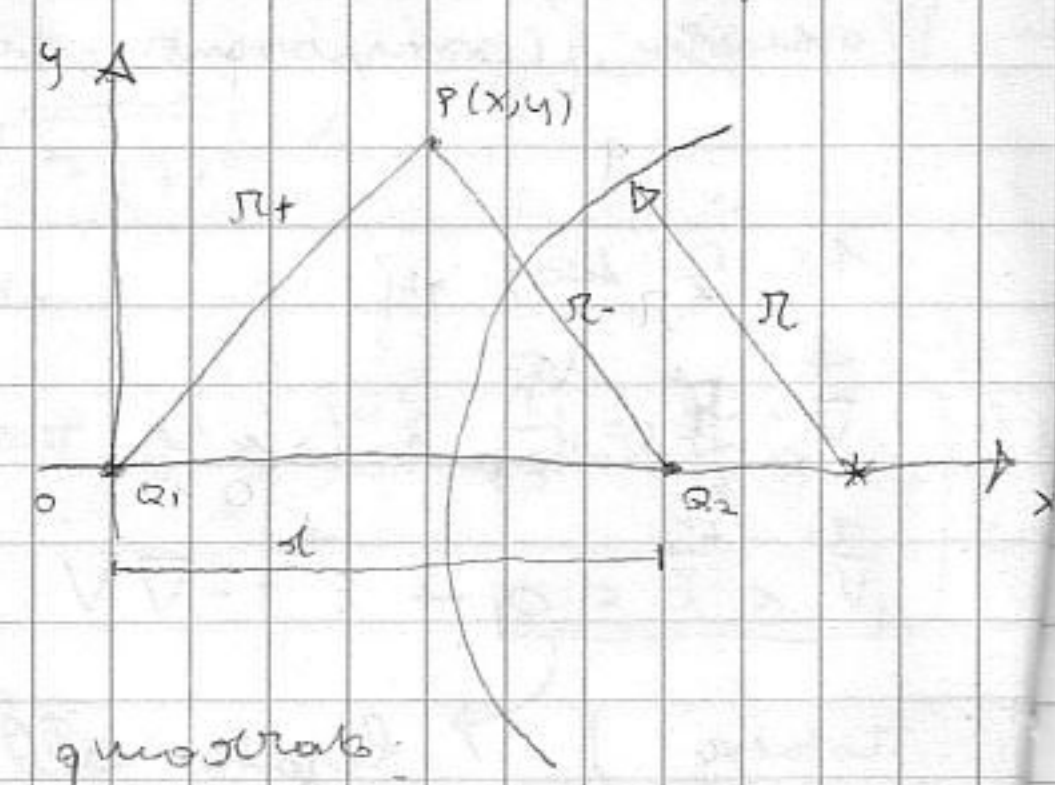


Conser. filo  $\infty$  carico  $\lambda$ ,  $|\vec{E}| = k_0 \frac{\lambda}{2} \frac{1}{x}$

Se calcolo  $V(P)$  e' una legge Coulomb (contributo singole cariche) e non si ottiene  $V = \infty$  (nessuna definita come lavoro totale)

Ex: Conser.  $Q_1 > Q_2$ . Qual e' il luogo dei punti

per cui  $V=0$ ?  $\frac{k_0 Q_1}{r_+} = \frac{k_0 Q_2}{r_-} \rightarrow \frac{r_+}{r_-} = \frac{Q_1}{Q_2}$



(98)  $r_+ = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $r_1 = \sqrt{(x-d)^2 + y^2}$

Eleviamo al quadrato.

$$\frac{\pi_+^2}{\pi_-^2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 \eta > 1 \rightarrow x^2 + y^2 = \eta [(x-d)^2 + y^2] = \eta (x^2 + d^2 - 2xd + y^2) = \eta (x^2 + y^2) - 2\eta dx + \eta d^2 = x^2 + y^2 \rightarrow$$

$$(x^2 + y^2)(\eta - 1) - 2\eta dx + \eta d^2 = 0. \text{ Diviso per } \eta - 1 \rightarrow x^2 + y^2 - \frac{2\eta dx}{\eta - 1} + \frac{\eta d^2}{\eta - 1} = 0$$

→ circonferenza. Centro:  $(x - x_c)^2 + y^2 = r^2$ ;  $x^2 + y^2 - 2x x_c + x_c^2 - r^2 = 0$ . Equazione

$$x_c = \frac{\eta d}{\eta - 1}; \quad x_c^2 - r^2 = \frac{\eta d^2}{\eta - 1}; \quad \frac{\eta}{\eta - 1} > 1 \rightarrow \text{centro è a destra coppia cariche}$$

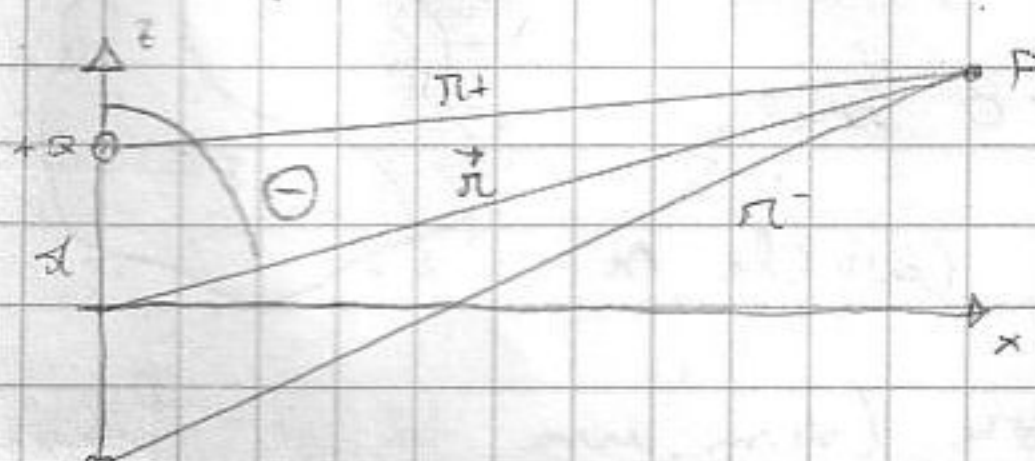
$$\text{Raggio: } r^2 = x_c^2 - \frac{\eta d^2}{\eta - 1} = \frac{\eta^2 d^2}{(\eta - 1)^2} - \frac{\eta d^2}{\eta - 1} = \frac{\eta^2 - \eta^2 + \eta}{(\eta - 1)^2} d^2 = \frac{\eta}{(\eta - 1)^2} d^2$$

$$r = \frac{\sqrt{\eta}}{\eta - 1} d < x_c \text{ (circonf. contiene } Q_-) \Rightarrow \text{luogo punti } V=0 \text{ è questa circonferenza}$$

Con limite:  $x_c, r \rightarrow \infty$ , punto separa nel piano distante  $x_c - r$  da 0

Calcolando la dist. del piano  $\frac{\sqrt{\eta} (\sqrt{\eta - 1})}{(\sqrt{\eta - 1} + \sqrt{\eta + 1})} d$

Conviene? Quanto vale  $E^+$  → somma dei due campi. Per una carica per P molto distante  $r_1$  equiva qualcosa come  $2Q/r^2$



Per cariche -a, E va a 0 molto + velocemente di prima. Rimane il contributo  $1/r^2$ , non si

Comporta come q puntiforme, ma molto prima. Con avvicinamento  $1/x^3 \rightarrow$

DIPOLLO ELETTROSTATICO. Calcolo di  $E^+$  come applicazione Coulomb.  $\ll \ll E \text{ di } 1/r^2$

(Momento praticamente neutro). Prendiamo  $O(x, y)$  nel p. to molto vicino.

Calcoliamo V;  $k_0 Q \frac{1}{r_+} - \frac{k_0 Q}{r_-} = V(P)$ ,  $r = \text{dist. dal punto medio} \gg d$

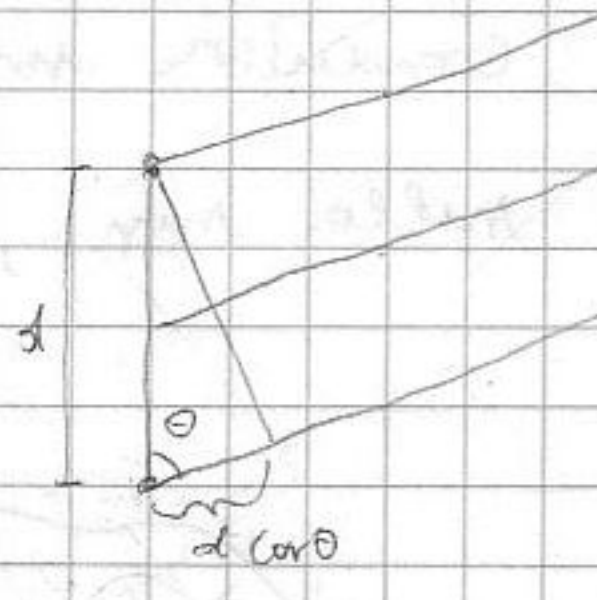
$$k_0 Q \left( \frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right); \text{ (a grande distanza vale } r_+ \approx r_-, \text{ quindi } V=0)$$

$$k_0 Q \frac{(r_- - r_+)}{r_- r_+}; \text{ approx: immagino in 1' approx } r_+ \approx r_- \approx r$$

quindi possiamo e indichiamo da  $r$  e  $\theta$  approx e dico che

$$r_- - r_+ \approx d \cos \theta \rightarrow V(P) \approx \frac{k_0 Q d \cos \theta}{r^2} \rightarrow \text{potenziale}$$

che non varia qui come  $1/r$  ma come  $1/r^2$ .



Prendiamo l'angolo  $\theta$  da  $O(x, y)$ . Definisco vettore  $\vec{p} = Q d \hat{n}$  + momento di dipolo

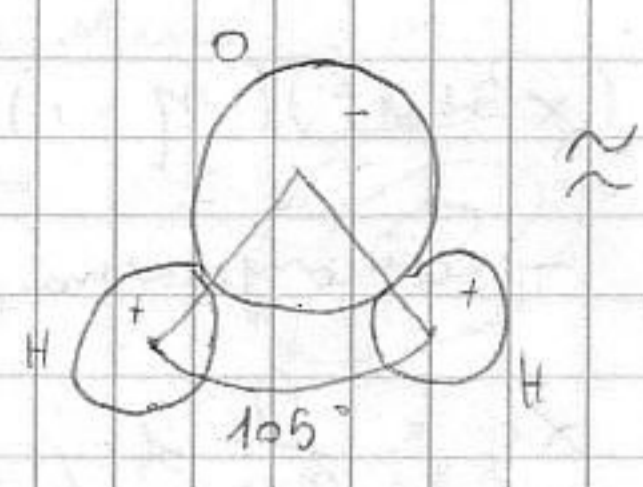
$$\text{quindi } V = k_0 \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}; \text{ confronta con } V \text{ di carica puntiforme } \left( \frac{k_0 Q}{r} \right), \text{ ma}$$

$\vec{A}$  q puntiforme, lo intensita come zero q confinata in piccola regione dello

spazio. Se  $q=0$  non vuol dire che oggetto non produce  $E$  (ex: coppia

cariche +- che a grande  $d$  sembra 0). V di  $\vec{p}$ , usi della distribuzione (19)

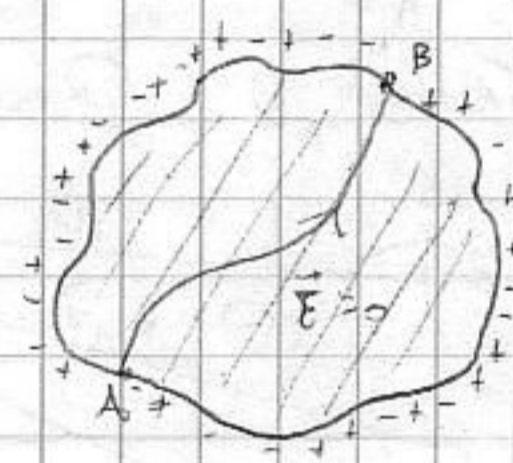
Se sono in asse con il dipolo,  $\Phi = \frac{1}{2} + \vec{p} \cdot \vec{r} = 0 \Rightarrow V = 0$  (come prima).  $V$  ha dipendenza sia da distanza che da distribuzione. Strutture elettricamente neutre può generare  $\vec{E}$ . Costituite da 16 elettroni, ex  $H_2O$  a grande distanza è approssimata in quel modo (+). (è  $\vec{p}$  grazie al quale  $H_2O$  ha le sue proprietà).



19-5-2005  $\exists$  due tipi di materiali, ISOLANTI e CONDUTTORI.

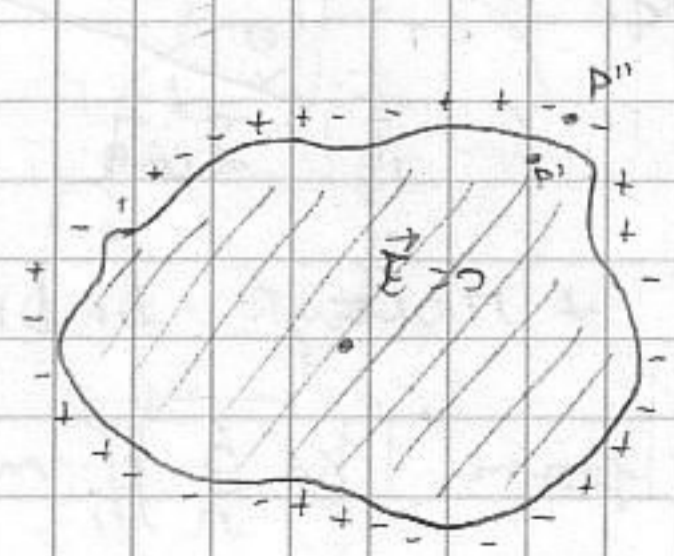
Un CONDUTTORE è un materiale dove sono disponibili cariche libere che muovono a causa di  $\vec{E}$ ; q libere sono elettroni di conduzione che si muovono  $\vec{F}$ ; non sono completamente liberi (non possono uscire da materiale).

Se applico  $\vec{E}$  q si muovono; in tutto è stat. co poi si formano e sono all'eq. Ex metallo; a nova distribuzione e  $\vec{F}$ ; dove si ristanno le cariche! Cond. su eq. è che  $\vec{E} = 0$  nel volume conduttore che altrimenti all'interno le cariche si muoverebbero. Se  $\vec{E} = 0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho$  e centro del conduttore (sim. una th. di Gauss;  $V$  min. chiusa,  $\vec{E} = 0 \Rightarrow q_{int} = 0$ ) ma (sempre in condizioni stat. ch) portiamo sulla superficie con una certa  $\sigma$ . Una a priori non conosce la distribuzione su cariche. Partiamo da  $\vec{E} = 0, \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \nabla \times \vec{E} = 0$ .



Come trovare  $\vec{E}$  all'esterno di un conduttore in condizioni stat. ch?  $V$  dentro al conduttore è costante ( $\vec{E} = -\nabla V$ ).  $\Rightarrow$  tutti i punti del conduttore sono EQUIPOTENZIALI, come la superficie. Prendi 2 punti qualsiasi nella sup;  $V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$  poiché  $\vec{E} = 0$ .

All'interno so che  $\vec{E} = 0$ , applica int. di Gauss. Possiamo determinare  $\vec{E}$  all'esterno e in prossimità della superficie. Prendi un'area carica e faccia int. di Gauss, in  $P'$  ho  $\vec{E} = 0$ , in  $P''$  ho  $\vec{E} \neq 0$



C'è legame diretto di  $\vec{E}$  di  $P''$  (sp. in prossimità sup. est.) e  $\sigma$ ; TEOREMA DI COULOMB ( $\Leftrightarrow$  legge di Coulomb): a due

20  $\vec{E}$  in  $P''$ .

Dim: Prendiamos un punto punto sup conduttore

Ho r'ora tan. alla sup. "proximita" e rapporto

tra raggio curvatura e distanza dal centro

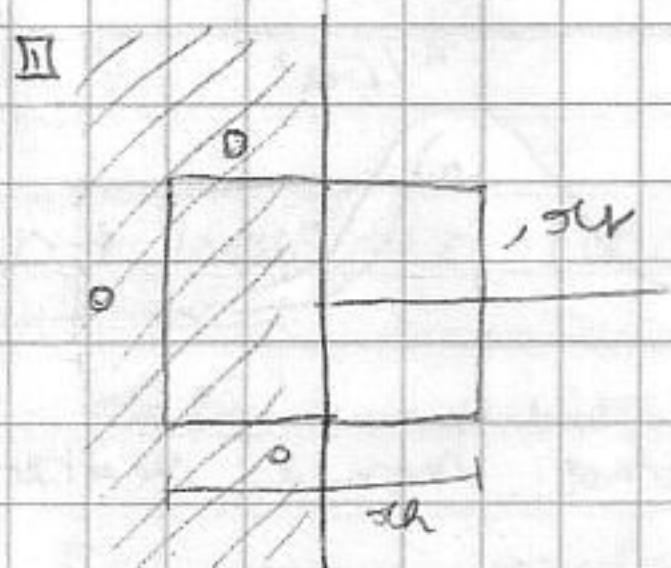
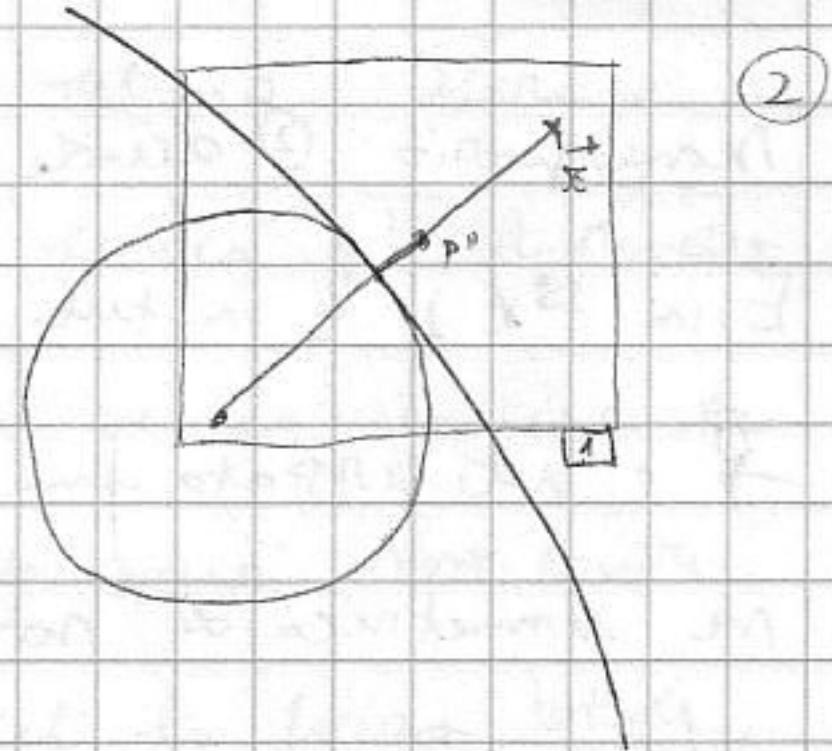
La direzione di  $\vec{E}$  in  $P''$  e condiz. Matriche nona

x forza  $\perp$  (obliquita a sarebbe  $\vec{E}$  tangenziale che

puo' muovere cariche su superficie), la condizione di  $\perp$  la si deriva da

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ , angolo sup equipotenziale [d.o.p. =  $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ ]. Siamo in condizione

x mi conosciamo già le caratteristiche vettoriali, poniamo usare Gauss



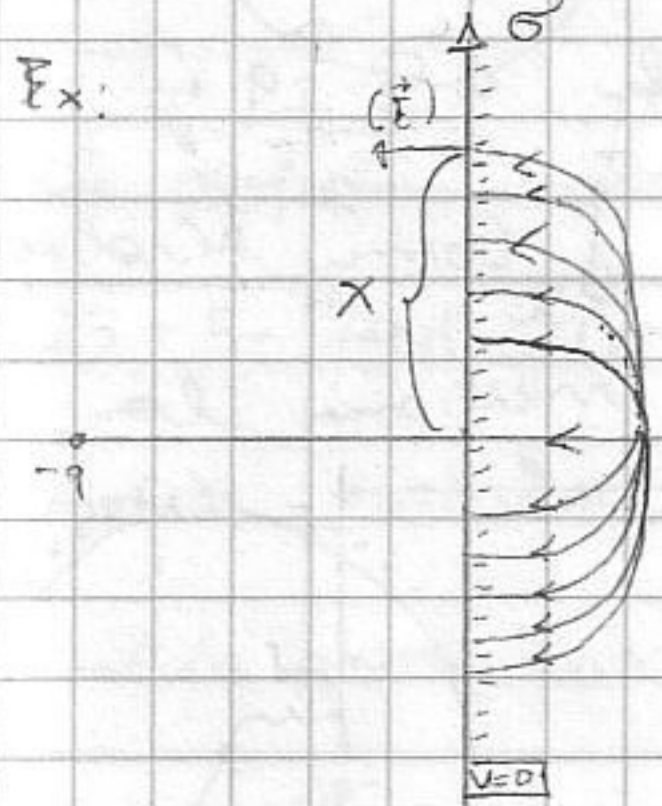
Costruiamo cilindro con surr a sup e spessore dh

Applichiamo Gauss, il contributo a  $\vec{E}$  e' solo quello

di sur:  $\vec{E} = E \vec{n} = \frac{\sigma \text{ sur}}{\epsilon_0} \vec{n}$  corris m superficie  $\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}} \rightarrow \text{TH.}$

$\vec{E}$  esterna alla sup di un conduttore (in PROSSIMITA' superficie) e' legata direttamente alla densita' superficiale in proximita' del punto.

Di solito si risolvono questi problemi: ho conduttori ai quali assegnamo V



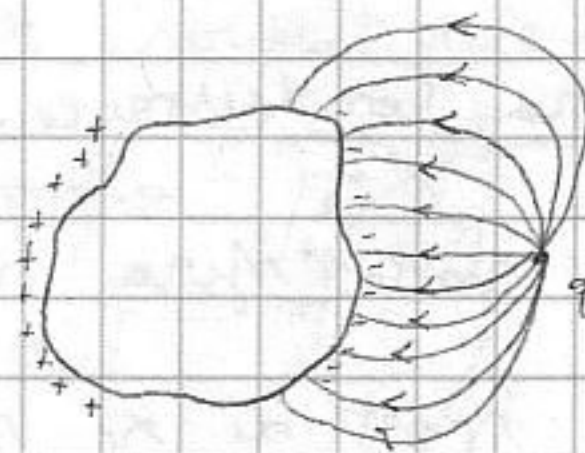
② lamina conduttrice messa a terra. Prendiamo  $q > 0$

in proximita' del conduttore. Le linee di

conduttore se si avvicina q' il conduttore ha q

libere che si muoveranno;

sono q' che vanno verso q, altre



si allontanano; c'e' redistribuzione. Le linee di  $\vec{E}$

le linee iniziano a deformarsi / sta avvicinate verso sup conduttore con sur  $\perp$

che q ha data distribuzione e si verifica legge Coulomb. In alcuni casi e'

facile da risolvere; (dall'ex.) ha  $\sigma$  avra' max nel r.to + vicino alla

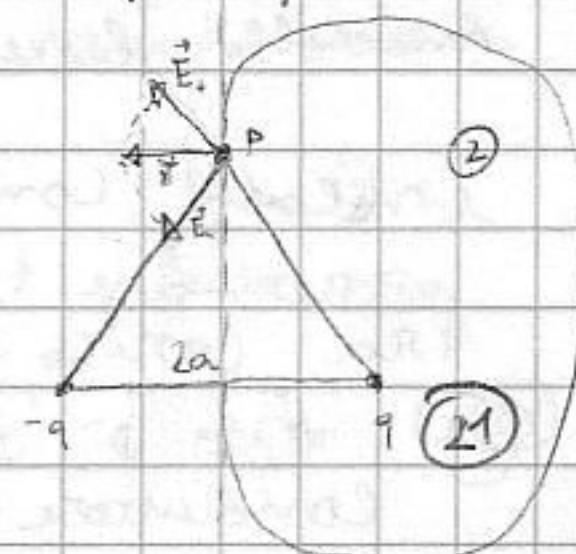
q. Determino  $\sigma$  con th. Coulomb preso r.to distante x, no che  $\sigma = -\epsilon_0 |\vec{E}(x)|$

$\vec{E}$  e' molto semplice x questo problema. (dall'ex. si vede: 2 cariche r.ki formi

$\Leftrightarrow$  distanti  $2a$ , in tutti i r.ti del piano su simmetria  $V=0$ ,

Stojo che  $\vec{E}$  ha quella direzione); al r.to del piano

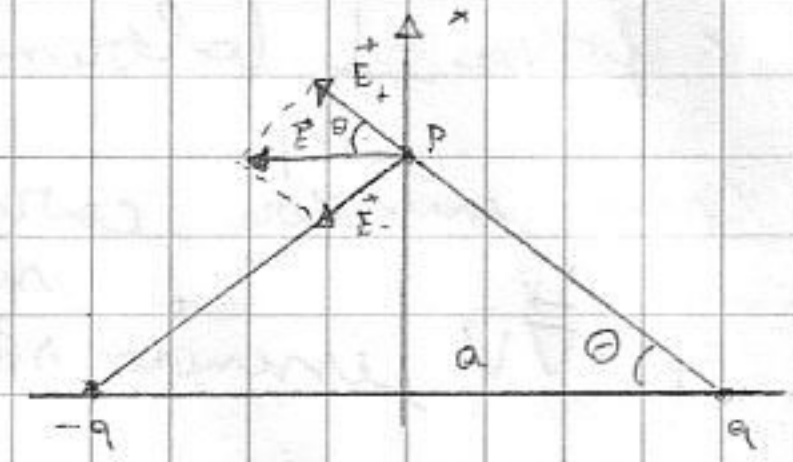
metto la lamina, ho la stessa V. Cio' che succede nel



Non simmetrico. ② anche se all'esterno della lamina il campo  $E$  è di vista elettrico  $E$  in  $P \in L$  in tutti i casi, dove  $E$  è ottenuto sommando quello delle 2 cariche.

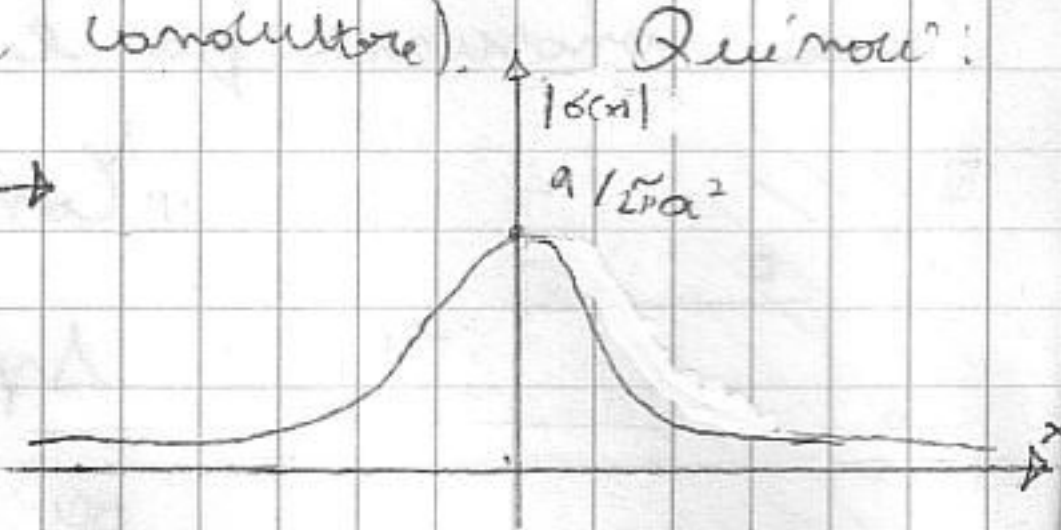
→ è utilizzata una carica immagine  $q' < 0$  perché penso a situazione simmetrica di somma 2 cariche, e assicurato che  $V=0$  nella lamina e che  $E$  è  $\perp$ .

$E$  nei due punti è norma vettoriale:  $\frac{k_0 q}{(x^2+a^2)}$



2.  $\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}$  (angolo è costante alla mp. equip. il conduttore).

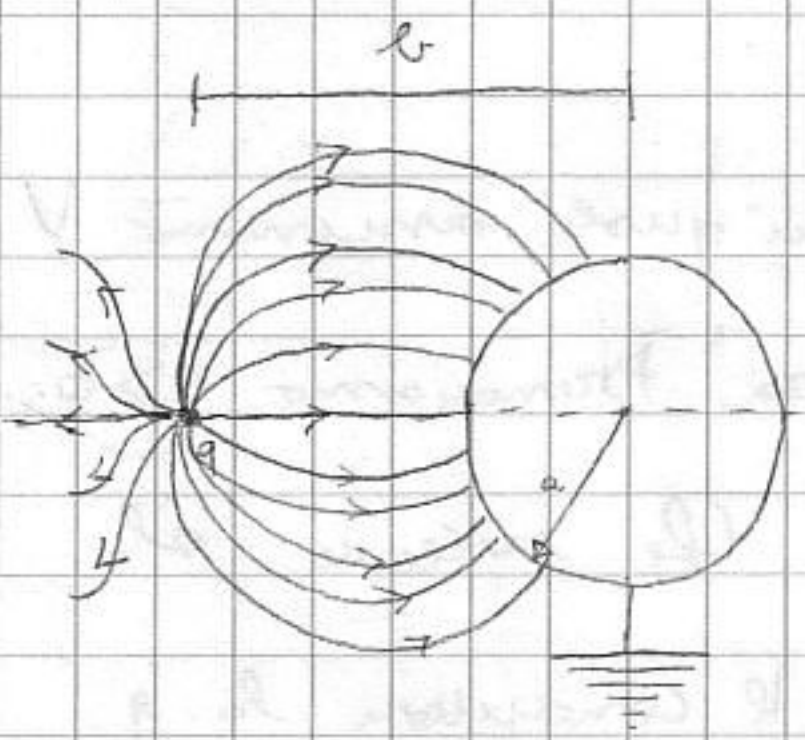
$\sigma(x) = -\epsilon_0 \nabla \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q a}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{q}{2\pi} \frac{a}{(a^2+x^2)^{3/2}}$



(f. pari con max nella minima distanza da q)

Tutta la distribuzione di carica delle lamina  $\rightarrow a - q$ , Cond. non è neutro.

Ex: Mera conduttrice di raggio a collegata a terra con  $V=0$  e q punt.



da b. che succede a  $E$ ? Scriviamo sempre  $\perp$  [stesso metodo del piano; abbiamo visto superficie

$V=0 \rightarrow$  Mera nel caso di due cariche q e  $-q'$ ;

$x_c = \frac{q}{q'} d$ ;  $r = \frac{\sqrt{q}}{q'} d$ ;  $\gamma = \left(\frac{q}{q'}\right)^2$ . Come risolvere

prob. inv.) Nel posto giusto merca mettiamo la

Mera conduttrice. Come prima, i mt. analoghi,

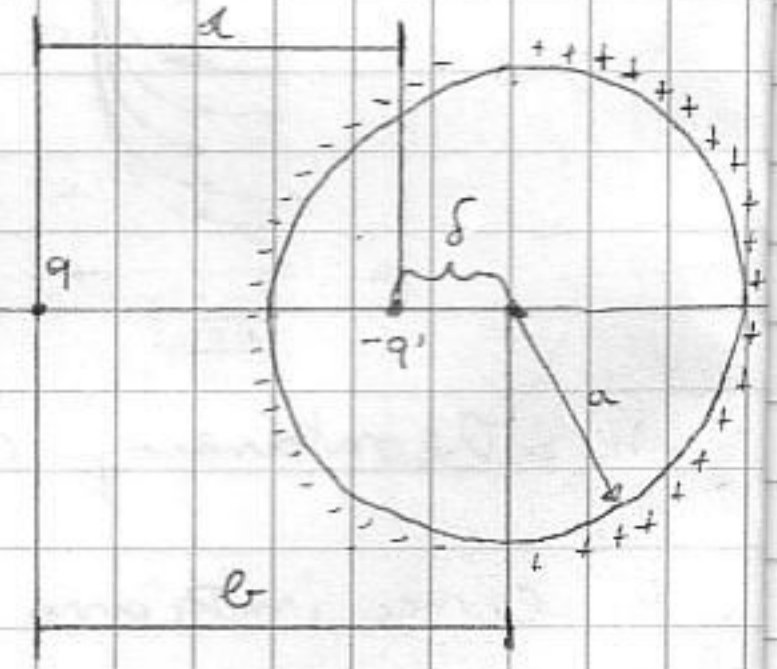
al posto mera mettiamo  $q'$  a certa distanza d.

Al posto di  $x_c$  si mette b, al posto di  $r+a$

$b = \frac{q}{q'} d$ ;  $a = \frac{\sqrt{q}}{q'} d \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{q}{q'} \cdot \frac{q'}{\sqrt{q}} = \sqrt{q}$

$\rightarrow \sqrt{q} = \frac{q}{q'} = \frac{b}{a}$ ;  $q' = \frac{a}{b} q$ . Ricaviamo d;  $a = \frac{\sqrt{q}}{q'} d \rightarrow d = a \left(\frac{q'}{\sqrt{q}}\right) =$

$= a \left(\frac{\sqrt{q}}{a}\right) = a \left[\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right] = b - \frac{a^2}{b} \rightarrow \delta = \begin{cases} q' = \frac{a}{b} q \\ \delta = a^2/b \end{cases}$

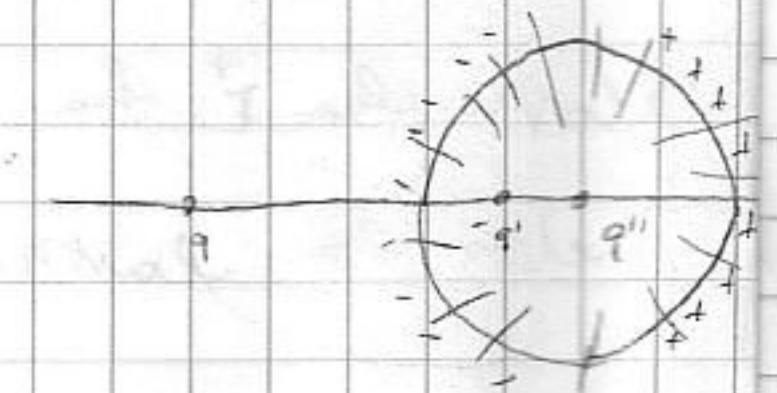


modello "baccetta che attrae pezzi di carta". Supponiamo mera conduttrice

isolata con vicino q.  $V$  non zero 0. Che succede

tra carica e mera? q muove cariche dentro a

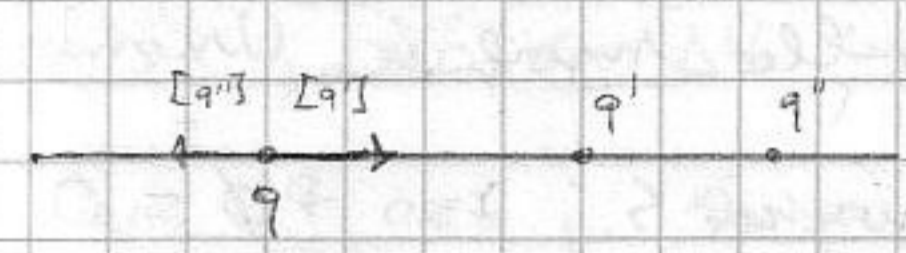
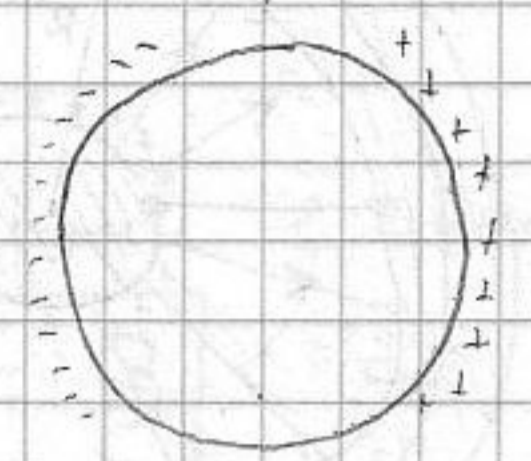
②② conduttore che rimane neutro



Stessa tecnica di prima. Se sfera e' a massa portiamo set. -q'. Sfera e' neutra ma il risultato e' -q'. Se mettiamo un'altra carica q' che rende gli nuovi stendere neutra sfera. Nuova q' e' / superficie e' equipotenziale

=> q' va al centro della sfera. In alcuni casi si puo' sostituire un insieme di cariche con altre "simili". Portiamo set la forza totale tra q e sfera isolata. Abbiamo struttura

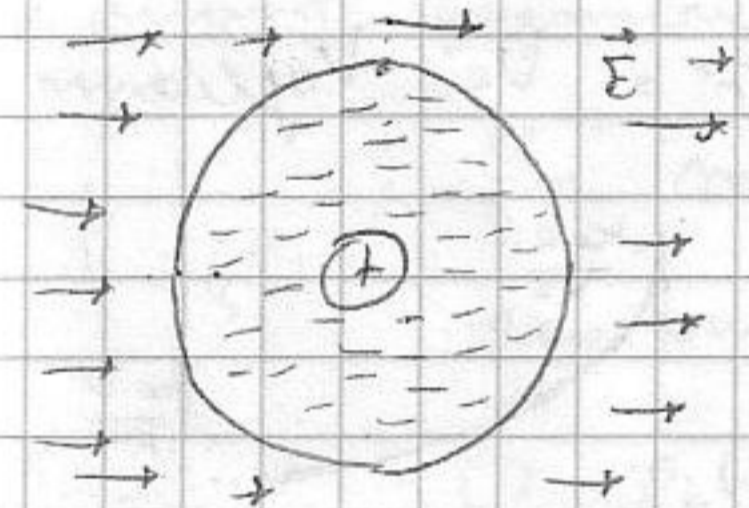
equivalente a 3 cariche p. ti formi. Complessivamente q.



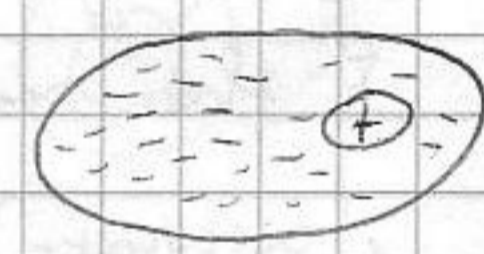
q e' attirato da sfera, geometricamente e' al polo con q distante il da "sfera".

-> INDUZIONE ELETTROSTATICA: la presenza di un E induce nella superficie del conduttore una redistribuzione di cariche

Fenomeno analogo per isolante. Qui elettroni sono legati ad atomi.



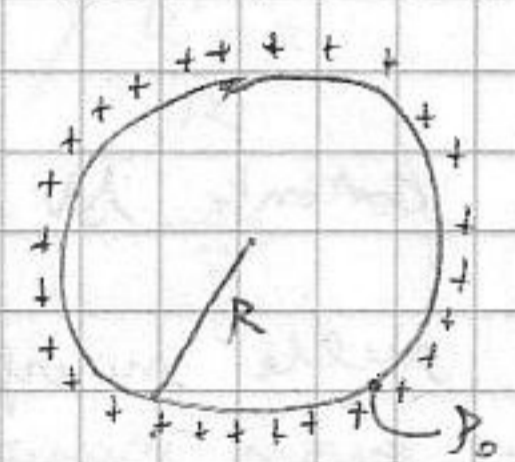
Se mette attorno vicino a E (ex prima sferizzata), la molecola si deforma [ (+) + dx', (-) - dx ] e diventa un dipolo allineato da E (ex prima sferizzata)



che deforma atomi vicini (corta)

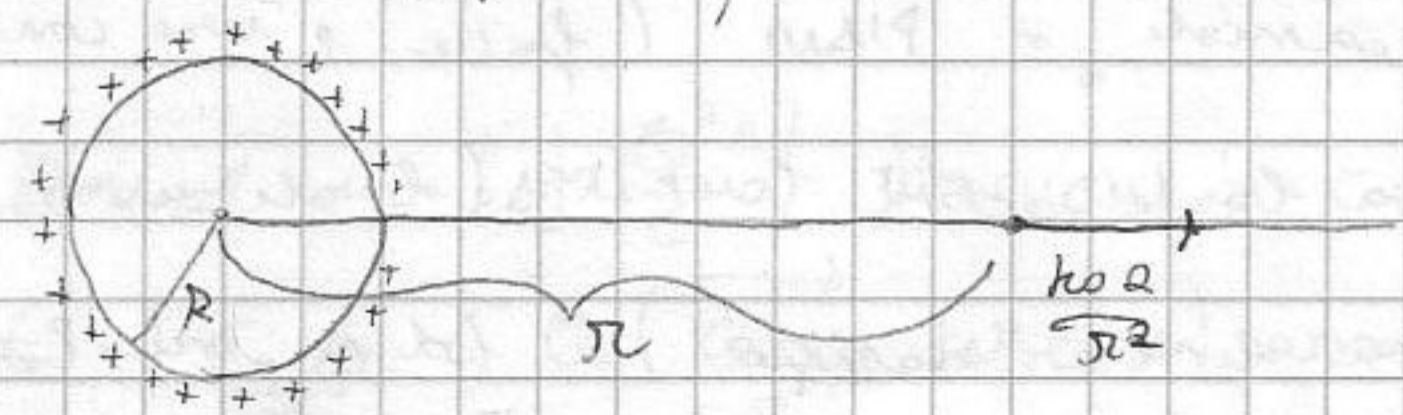
23-5-2005 Conduttori: la loro superficie e' equipotenziale; coeff. di proporzionalità molita' carica / superficie (CAPACITA'). Ex: sfera conduttrice e' isolata dalle univ.

sullo quale viene portata un Q > 0 che si ripartisce sulla superficie che diventa equipotenziale (V\_0). Quanto vale V(Q)?



(ov'è V(P\_0)) (rispetto all'infinito) = \int\_{P\_0}^{\infty} E \cdot dl lungo una qualsiasi

C. (E lo rappresento, c'è simmetria sferica. Se prendo P a distanza r



$$|E| = k_0 q / r^2 = k_0 Q \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \boxed{k_0 Q / R}$$

V\_0 e' il POTENZIALE del CONDUTTORE (isolato e di forma sferica) =

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \rightarrow \boxed{Q = 4\pi\epsilon_0 R \cdot V_0}$$

(Carica Q V tramite un coeff. di proporzionalità)

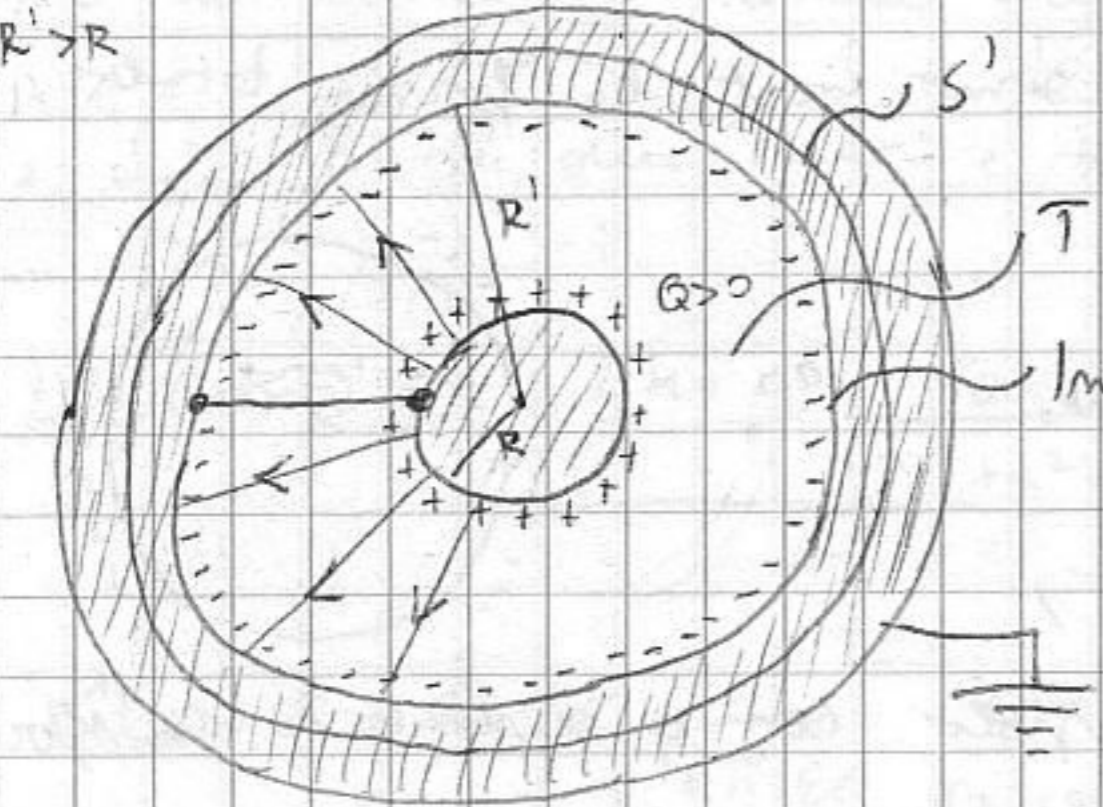
che a stalla ma geometria (sfera) -> CAPACITA' DEL CONDUTTORE [C] + grandezza

fisica, u. m. i. = FARAD. Q = C V\_0 ; C e' importante perché e' utile (23)



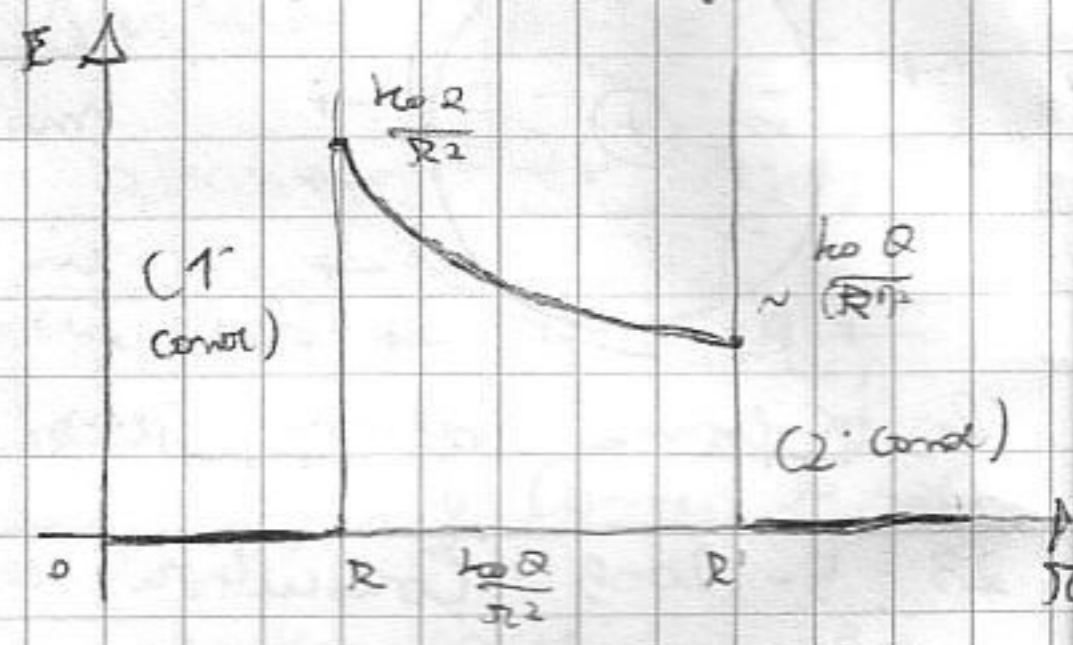
Ch - a parata di carica -  $> C \Rightarrow < V$  (quindi  $< E$ ). Un conduttore che ha  $>> C$  a parata tanti  $Q$  con  $< V$ . (Mora ha lana  $C$ ; ex  $\pi$  di 1 mt,  $C \approx 1 \text{ pF}$ ). Come trovare struttura in grado di immagazzinare  $Q$  a parata su  $V$

Confiniamo  $\vec{E}$  in una regione di spazio + piccola. Sepponiamo di mettere il



Conduttore dentro ad un altro conduttore  
 Poniamo una  $Q > 0$  nel 1; le + richiamano  
 - sulla sup. interna (interna e' simmetrica)  
 Ci mettiamo -  $Q$  sulla superficie esterna  
 per th. di altra superficie  $S$ ;  $E = 0 \rightarrow \phi = 0$



$\Rightarrow Q_{int} = 0 \rightarrow$  somma cariche su 1' e 2'  $= 0 \Rightarrow$  abbiamo -  $Q$ . In  $T$  c'è  $\vec{E}$   
 radiale. Abbiamo confinato  $\vec{E}$  in spazio ristretto; poi finiamo superficie  
 + esterna a  $V = 0$  e abbiamo stesso caso di prima; quanto vale  $V$  del conduttore  
 interno? Oppure qual è  $\Delta V (S - int) = 0$ . Non è imp.  $V_{int} = V_S$ . Vogliamo  
 $\Delta V (int - 1)$ . [ $R$  = distanza da centro simmetrico]



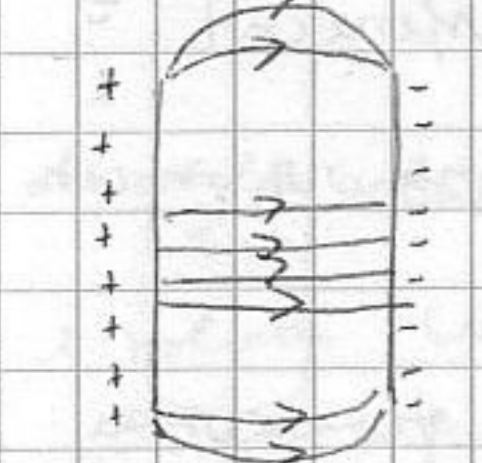
$\vec{E}$  ha natura DISCONTINUA (ma modello non  
 è accurato), Ci interessa  $\vec{E}$  tra le armature.

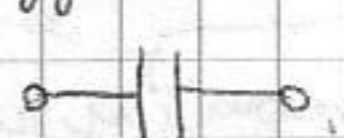
$\Delta V = \int_{R'}^R E dr = \int_{R'}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right)$  [e 2' armatura è all'  $\infty$   
 sol.  $\eta = V(1)$ .]  $\rightarrow Q = \frac{4\pi\epsilon_0 R R'}{R' - R} \Delta V$ ;  $R$  mantengo

Costante  $\Delta V$  tra i conduttori, posso aumentare la carica che accumulo  
 sulle superfici avvicinando le armature (aumento  $C$ )  $\rightarrow$  CONDENSATORE;

$C_{sferico} = \frac{4\pi\epsilon_0 R R'}{R' - R}$ ;  $\exists$  altre configurazioni (ex: CILINDRICI ,  
 cilindrici variabili + PIANI (faccie e' una cond. e  
 l'altra ).

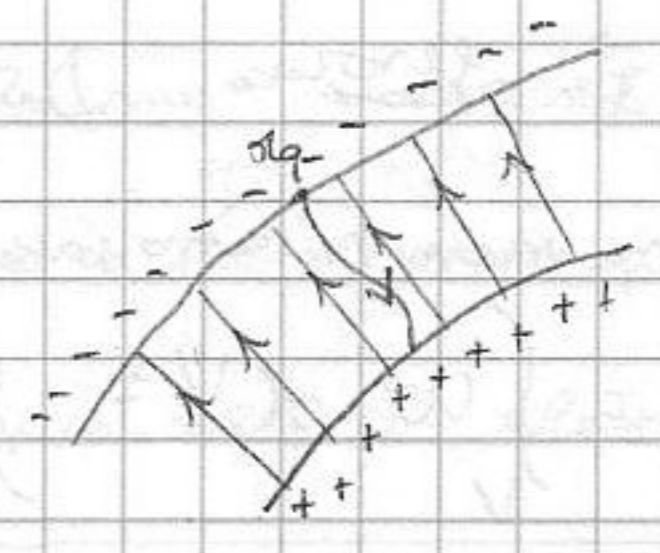
Il Cond. sferico realizza il MINORIBILE CAPACITANZA (le linee di  
 $\vec{E}$  si 1' muovono tutte nel 2', nessuna linea "stappa"). Ad ex nel. (cipian



Se siamo lontani dai bordi  $\odot$  non ci sono problemi, se  
 ci avviciniamo linee stiviamo (effetti di bordo). Modello  
 "isole". Simbolo condensatore: 

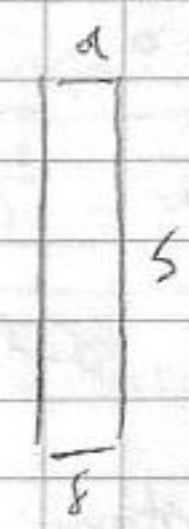
Ⓢ Che valori di  $C$  si possono raggiungere? Anche 1  $\mu\text{F}$ . (se non ci sono

perovite Cond. trattare per molto t. la carica). Per caricare Q si deve  
 mettere E. Ho un ex. Condens. con carta C e voglio accumulare Q. Quanto Em.  
 devo spendere? Es. Condens. sferica. (è ~~X~~ sola ma  
 geometria). Ho già accumulato una q. Che  
 lavoro devo fare per portare un ulteriore dq da  
 armatura - a +, colorando contro f. elettriche!

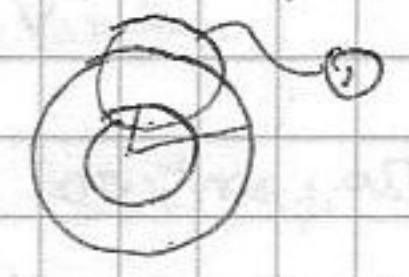


Sfruttiamo conservabilità  $E$ , quindi  $\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \Delta V$ . Quindi il lavoro  
 $\frac{1}{2} C V^2$   $dW = dq \Delta V$ ;  $\Delta V$  è legata a Q tramite  $C \Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C} \Rightarrow$   
 $dW = \frac{q}{C} dq$ . Somma contributi  $W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} C V^2$

Capacità Condensatore piano. X collocarlo vicino C. sferico, xhe' x raddio  
 si usano geometrie diverse. E struttura di 2 piani  $\infty$  estesi a distanza  $\delta$ .



C'è particolare condizione dove C. piana è C. sferico: se raggi  
 due armature sono molto vicini ( $R' - R \ll R$ ), in  
 ①, la distanza  $\delta \ll R$   $\frac{R'}{R} \approx 1 + \frac{\delta}{R}$ , raggio di curvatura



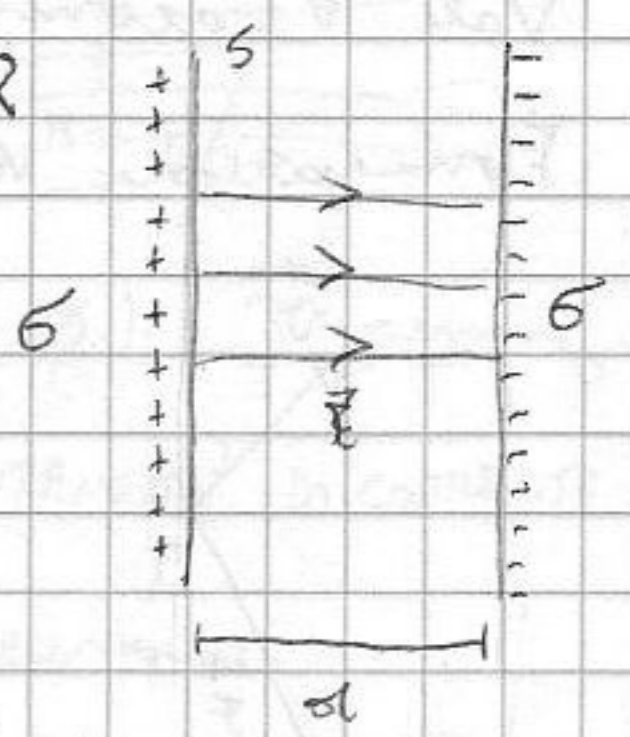
Ma, quindi è come se vedessimo un oggetto piano (localmente)  $\rightarrow$   
 modello C. piano derivato da C. sferico avvicinando superficie; stesso con C. cilindrica

[ottenuti avvolgendo C. piano].  $R' = R + \delta$  e  $\delta \ll R$ .  $C = 4\pi \epsilon_0 R / \frac{R' - R}{R} =$   
 $4\pi \epsilon_0 R R' / R' - R = 4\pi \epsilon_0 \frac{R \cdot R + \delta R}{\delta}$ ; se  $\delta$  è piccola ho  $4\pi \epsilon_0 \frac{R^2}{\delta} \Rightarrow$

$C_{piano} = \epsilon_0 \frac{4\pi R^2}{\delta}$   $\rightarrow$  si può pensare  
 all'area delle 2  
 superfici attaccate  
 nel C. piano  $\Rightarrow C_{piano} = \epsilon_0 \frac{S}{\delta}$  [approssimazione appross, ma  
 in realtà  $\delta$  C. sferico  
 dovrebbe non essere  
 maggiore di 1']

che vuol dire " $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ". Prendiamo C. piano Esplicitiamo C e Q

$C = \frac{\epsilon_0 S}{\delta}$ ; Q: carica totale su armature, da esprimere in  
 funzione della densità di carica  $\sigma = \frac{Q}{S}$  (ammiamo



che  $\delta$  effetto di bordo; ma se noi interessa solo porzione  
 del condensatore);  $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S^2}{\epsilon_0 S} = \frac{1}{2} (S \delta) \frac{\sigma^2}{\epsilon_0}$  Vol.  $\times$  Const.

Se sono vicini a cond,  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (valore compatibile anche per altra armatura) (25)

All'interno del cond.  $\vec{E}$  è costante (comp. th. Coulomb)  $\Rightarrow E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} (SD) \rightarrow$

l'  $E$  totale dovuta al processo di carica è associata alla  $\vec{E}$  generata. Durante la carica,

DENSITA' DI ENERGIA ELETTRICA [W]

$$\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

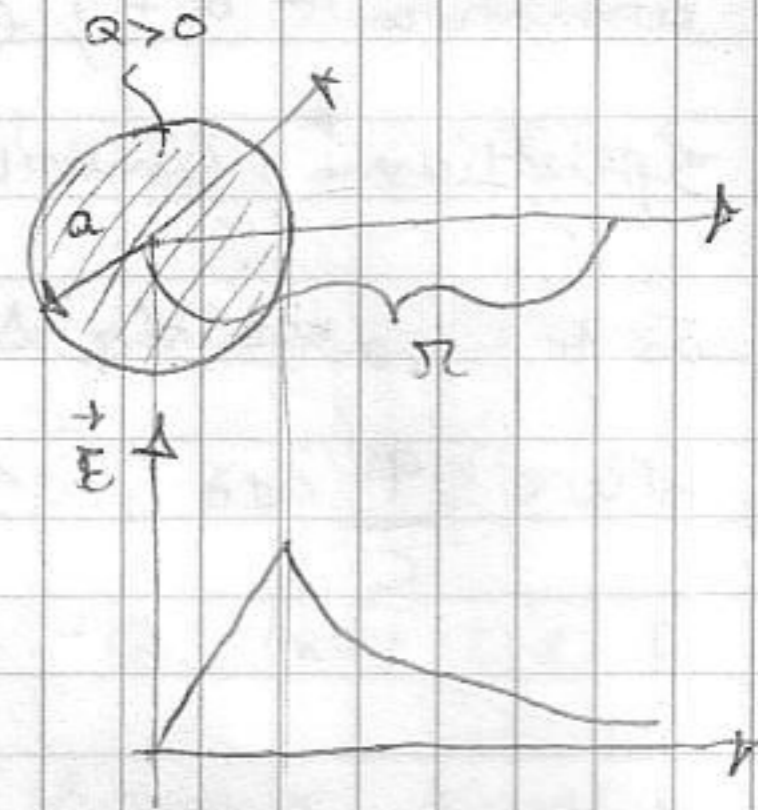
l'  $E_m$  viene associata a linee campo elettrico.

$$W_m = \int_V W_e dV = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E} dV = \left( \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right)$$

24-5-05

[ opera carica costruita avvicinando le cariche ]  $\left[ \epsilon_m = \frac{3}{5} k_0 \frac{Q^2}{a} \right]$

Quanto è l'  $E_m$  elettrostatica di questa distribuzione di carica  $Q$  all'interno di sfera raggio  $a$ ? ( $W_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ , significato fisico). Come varia  $\vec{E}$  in questa struttura?



$$|\vec{E}| = \begin{cases} \frac{3\epsilon_0 Q}{4\pi a^3} r & 0 \leq r \leq a \\ \frac{k_0 Q}{r^2} & r > a \end{cases}$$

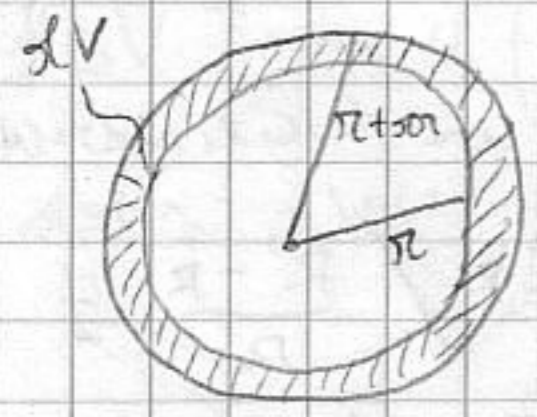
Relatione tra  $\rho$  e  $Q$ .  $\rightarrow Q = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho$

$\rightarrow \rho = \frac{3Q}{4\pi a^3}$ ;  $\rho$  diventa  $\frac{k_0 Q}{a^3}$

energia totale

$$W = \int_V W_e dV; W_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \Rightarrow W_e = \frac{k_0 Q^2}{2} \begin{cases} \left(\frac{r}{a^3}\right)^2 & 0 \leq r \leq a \\ 1/r^4 & r > a \end{cases}$$

ora integro su tutto lo spazio. Poiche' la  $f$  dip. solo dalla distanza dal centro di simmetria, integro prima il piccolo volume dove  $W_e$  è costante



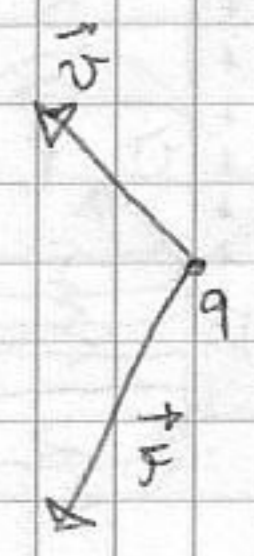
e moltiplico per  $dV$ , dove  $dV = 4\pi r^2 dr$   $\rightarrow$  moltiplico per  $4\pi r^2 dr$

$$\Rightarrow W_E = \int_0^{+\infty} W_e(r) \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{k_0 Q^2}{2} \left[ \int_0^a \frac{r^2}{a^6} \cdot r^2 dr + \int_a^{+\infty} \frac{1}{r^4} \cdot r^2 dr \right]$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{r^2} \cdot r^2 dr = \frac{k_0 Q^2}{2} \left[ \frac{1}{a^6} \cdot \frac{a^5}{5} + \frac{1}{a} \right] = \frac{k_0 Q^2}{2} \cdot \frac{1}{a} \left( \frac{1}{5} + 1 \right) = \frac{3}{5} \frac{k_0 Q^2}{a}$$

L'energia viene accumulata le cariche le ritrovo come  $E$  elettrostatica, vale  $V$  geometrica. (tutta la fisica è esprimibile in termini energetici)

Formulazione "variazionale" fisica, per equilibrio, minimo energetico.



Sappiamo che carica ferma è soggetta a forza  $\vec{F} = q \vec{E}$ , dove  $\vec{E}$  risponde alle 2 eq. di Maxwell  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

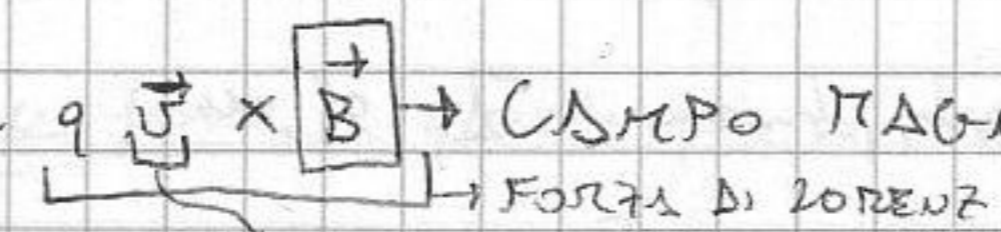
Ma se la carica si muove! Che  $\vec{F}$  agisce! Sperimentalmente si vede che  $q$  si muove con certa  $v$ , allora

(26)

oltre a  $\vec{F}$ ,  $q$  è soggetta ad altra  $\vec{F}$  di natura magnetica, che può darsi  $v$ .

$q$  e' soggetto a  $\vec{F}$  di natura  $\Leftrightarrow$  sia  $q\vec{E}$ . Esempio: Usando avvicinata a TV e immagine deformata  $\rightarrow$  elettroni tubo sintonono  $\vec{F}$ . Quindi carica e

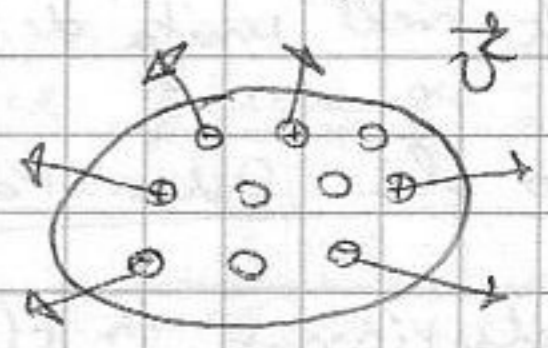
soggetta a  $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow$  CAMPO MAGNETICO; la mota  $\vec{F}$  esiste



SOLAMENTE se carica e in moto. [Collegamento tra meccanica ed elettromagnetismo, poiche la meccanica e' manifestazione su scala macroscopica delle F. elettriche]

$\vec{B}$  e' grandezza fisica misurata in Tesla. Forza agisce solo su  $q$  e' in moto, ma imp. a quale moto! Esempio: il nit. sup. e' solidale particella; noi misuriamo  $\vec{F}$ .

Effetti  $\vec{B}$  su  $q$  o su materia  $q$ ; cariche che si muovono dentro a conduttori formano flussi di carica, cioè le CORRENTI. (es. cariche soggette ad



agitazione termica) Come situazione di corrente? E legata

alla  $v$  e al n.  $q$  (densita'  $q$ ). Si introduce una grandezza che sia impo.

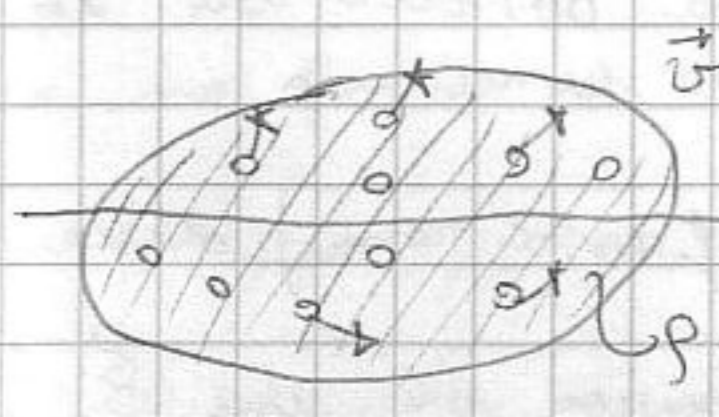
su le tipo e la  $q$  su cariche e la  $v \rightarrow$   $\vec{J}$ : DENSITA' DI CORRENTE

Ogni portatore ha un mo  $n_k q_k v_k$  (numero, carica, velocita' x simbolo carica)

$\vec{J} = \sum_k n_k q_k \vec{v}_k$ ; distribuzione microscopica che a dal tipo di interazione

portatori e quindi dal tipo di materiale. Le  $\vec{v}$  non sono ben definite (ciascun portatore si muove con dist. casuale). Possiamo pero' pensare regioni

di volume dove in media i portatori hanno componente  $\vec{J}$  non nulla lungo la dir. di propagazione e identifichiamo una densita' locale di carica;

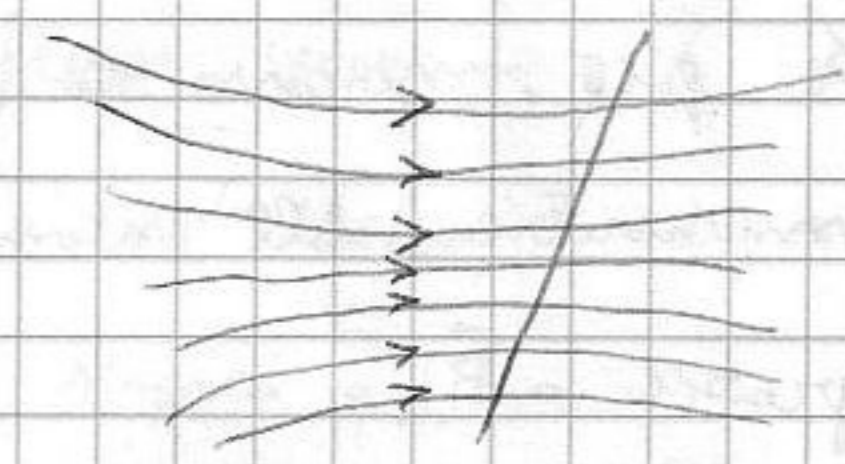


allora si definisce  $\vec{J} = \rho \vec{v}$  [ sempre  $\vec{v}$  MEDIA,

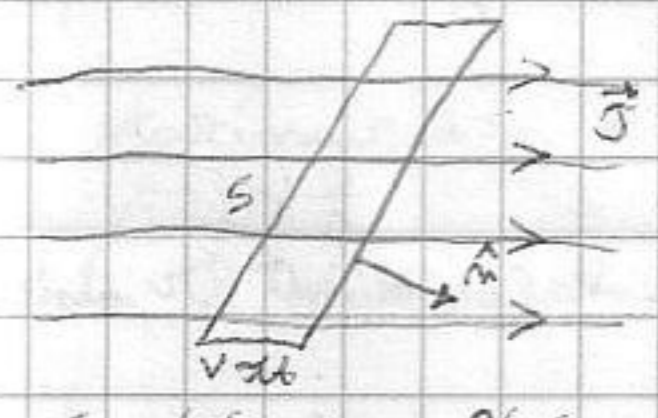
cerchiamo di lavorare con grandezze continue ]

(analogia con fluidodinamica) Immagina linee  $\vec{J}$  e

per una superficie, quanto e' la  $Q$  che in un certo  $\Delta t$



attraversa regione? Pensiamo regione con  $\vec{J} = k$ ;



Nell'unita' di tempo, la  $Q$  che

attraversa  $S$  e' data da  $\vec{J} \cdot \vec{n} S$  (vedi  $\phi$ ).  $\vec{J}$  assume

significato fisico quando e' legata a  $\phi$  particelle.  $\vec{J}$   $\rightarrow$  INTENSITA' DI CORRENTE.

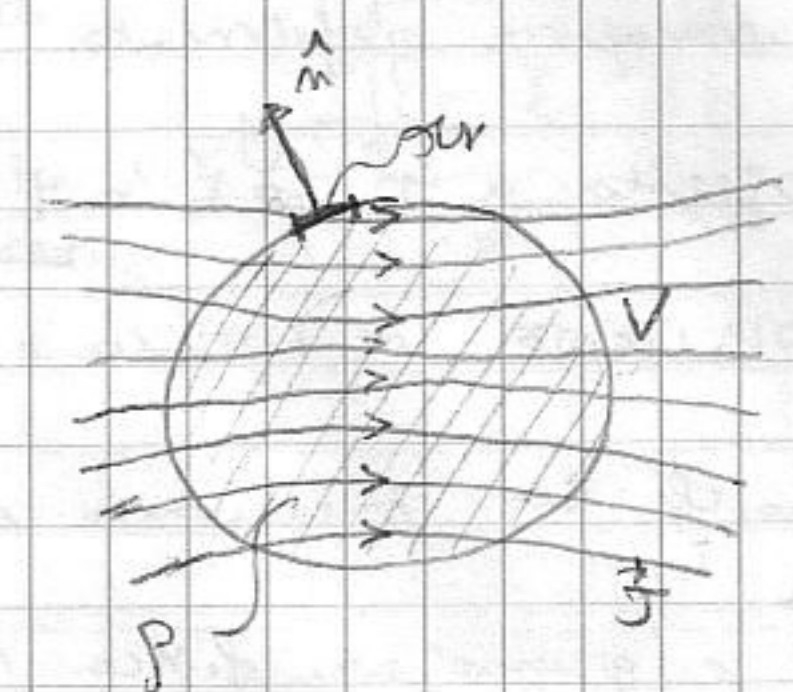
Flusso della densita' di corrente attraverso una regione qualunque.

si e' grand. fisica misurata in AMPERE; quindi  $[J] = \frac{A}{m^2}$  oppure dalla

2' formula  $= \frac{C}{m^3} \cdot \frac{m}{s} = C m^{-2} s^{-1}$  (in genere si usa questa)

A è una unità di misura fondamentale nel S.I. perché è sempre costruita in campione macroscopico.

Prendiamo V nello spazio e supponiamo  $\exists \phi$  di cui la superficie è lo attraversa. Possiamo calcolare  $[S = \text{mq}]$ .



che racchiude volume] il  $\phi$  totale di  $\vec{J}$  attraverso S.

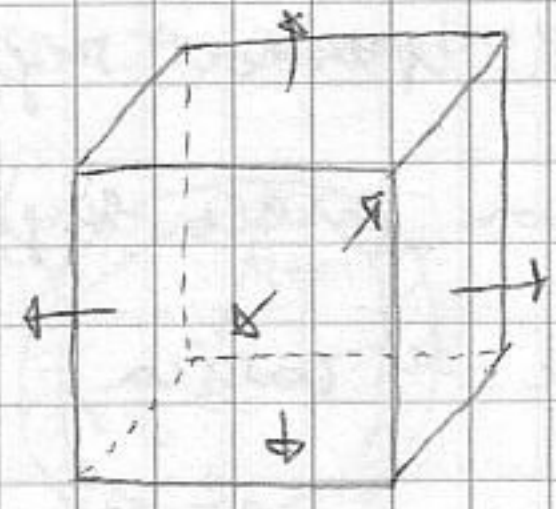
$$\rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} \, dS \quad (\text{oriento la normale esterna } \hat{n}.)$$

= intensità totale corrente che attraversa superficie,  $\vec{J} \cdot \hat{n} \, dS$  è la q. totale di carica che nell'unità di tempo lascia passare S. Calcolando l'int lungo tutta S, ho la quantità di carica che lascia il volume V nell'unità di tempo.

Valutiamo in  $f(t)$  la Q dentro a V;  $Q_{int} = \int_V \rho \, dV$ . Esiste relazione tra queste 2 quantità? Sì. Se 1' c'è certa q che lascia il V, quindi diminuisce

la  $Q_{int}$ .  $\oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} \, dS = - \frac{dQ_{int}}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV$  → EQUAZIONE DI CONTINUITÀ [nesso Gauss, integrale]

principio fisico fondamentale: Carica elettrica si conserva (né si crea, né si distrugge). È molto alternativo a scrivere eq. di continuità.



Prendiamo calcolata  $\phi$  attraverso superficie esterna cubo, ora è  $\nabla \cdot \vec{J} \, dV = \left( \oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} \, dS = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV \right) = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV$ ;  $\Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$  [nesso Gauss, differenziale] forma DIFFERENZIALE eq. di continuità

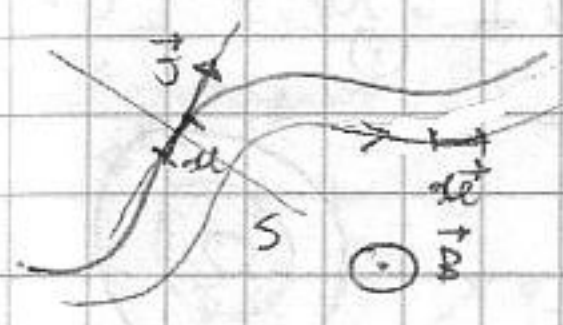
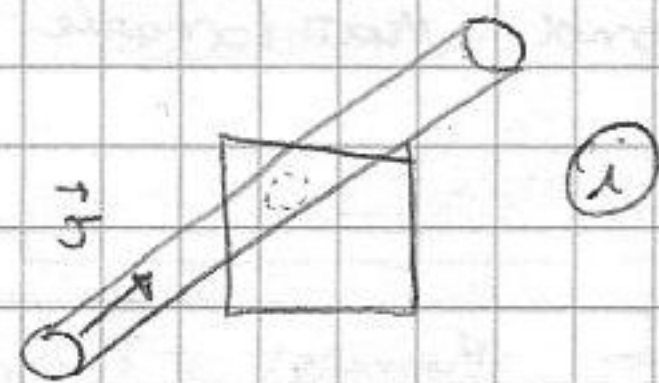
Qualunque distribuzione di corrente (es. ex. dentro a filo di rame) deve presentarsi di una  $\vec{F}$  macroscopicamente invariabile se immersa in una  $\vec{B}$ . Se filo è percorso da I, immerso in  $\vec{B}$  si deforma a livello macroscopico invariabile. All'interno filo ci sono coriche in movimento rispetto a  $\vec{F}$  grazie a  $\vec{B}$ .

15-05-2005 Effetto  $\vec{B}$  su corrente / Carica q in moto con velocità  $\vec{v}$  risultante

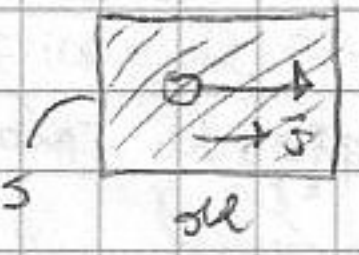
della FORZA di Lorentz =  $q \vec{v} \times \vec{B}$  (d. del rit. rif.)  
 $\vec{B}$ , campo magnetico, è  $\frac{N}{C} \cdot \frac{s}{m} = \frac{E}{V}$ . Se ho

(28) corrente lungo conduttore (es. filo di rame) abbiamo  $\vec{J}$ , densità di corrente e  $\rho$  di  $\vec{J}$  attraverso qualsiasi sezione filo  $\rightarrow$

[1] = A. Immaginiamo filo immerso in  $\vec{B}$  generato da solenite, la forza  $\vec{F}$  meccanica. Quanto vale la  $\vec{F}$  nel conduttore (di forma qualunque). Troviamo



elemento conduttore  $\rightarrow$  cilindro lungo  $dl$  e sezione  $S$   
 [ci vol'è di occupare di condutt. filiformi]



Immaginiamo che in  $dl$   $\vec{j}$  sia costante  $\rightarrow$  forza tot. del cond.

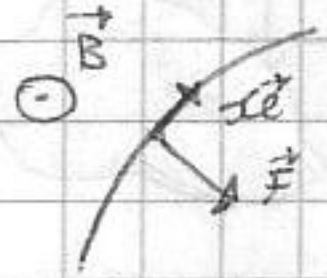
All'interno del volume la  $[Q_{TOT} = \rho S dl] \cdot \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow$  ottengo  $F_{TOT}$ ;  $\rho \cdot \vec{v}$  e proprio  $\vec{j} \rightarrow \vec{F} = S dl \vec{j} \times \vec{B}$  [quando lo affetti l'ordine non va fatto infero. relative a parte traverso, a sezione]; ci interessa  $i$ , quindi il flusso di  $\vec{j}$  e quindi  $|\vec{j}| \cdot S$  [ $i = |\vec{j}| S$ ];  $i$  e quantita scalare.



Trasferire il carattere vettoriale  $\vec{j}$  (elemento di  $\vec{j}$  TAN a superficie):

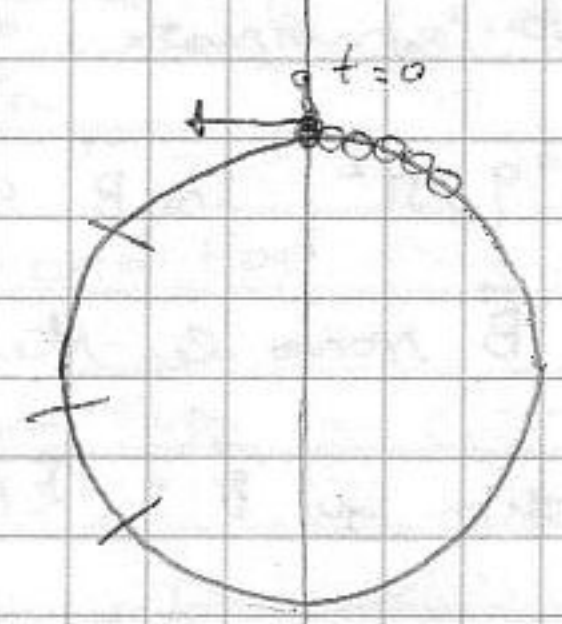
$\vec{j}$  dl  $S = i dl$   $\rightarrow$  vettore store  $dl$  e' elemento  $dl$  nel filo conduttore con  $i$ .

Otteniamo che  $\vec{F}$  esercitata su elemento  $dl$  di circuito =  $d\vec{F} = i dl \times \vec{B}$ .



Se vogliamo compiere di  $\Delta$  basta prendere un filo, facciamo passare  $i$  e lo immergiamo in  $\vec{B}$ , a seconda  $\vec{F}$  otteniamo compiere.

Se ho  $i$ , q in movimento presente anche di  $\vec{F}$  dovuta a  $\vec{B}$ ; allora sorgenti  $\vec{B}$  sono  $i$ ? [a livello statico] Si.  $\rightarrow$  campi, Regime e i STAZIONARIE. [una  $i$  stazionaria ha  $\vec{j} = k \forall$  pto dello spazio]. Se ad



ex. ho q in m.c.u. non genera i stazionaria, xke' in p.to fisso, a t=0 q ha certa v ma una volta transitata  $\vec{j} = 0$  fino a quando non ripassa. Sit. stazionaria

C'e' quando ho serie di q in movimento. il Mat. e' flusso continuo q / in ogni sezione  $i = k$  [le grandezze di sta t]. Q forma e' mt. statica,  $\vec{j} = 0$ , ma i stazionaria e'  $\langle \rangle$ . [m.c.u. o m.r.u. non e' Mat x singola q]

Un  $\vec{B}$  stazionaria e' effetto generato da i stazionarie [ $\vec{j} = k$ ];  $\vec{B}$  Mat. di

$\vec{F}$  altre sorgenti sia di  $\vec{B}$  che di  $\vec{E}$ .

CORRENTI STAZIONARIE [ $\vec{j}$  e  $\rho = k$  nel tempo]. L'eq di continuita' afferma

che  $\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ; dove anche sempre verificata. Im

Cond. stazionaria  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$ , C.V.  $\vec{J}$  la cui divergenza  $\rightarrow 0$ .

Considero questo tratto. Posso avere mt. stazionaria /  
 (e' p.to di partenza e p.to arrivo.  $N_1 \downarrow$  e  $N_2 \uparrow$  [e' qualcosa che cambia nel tempo]). Unica proprieta' e che  
 oggetti vanno l'uno dietro l'altro con stessa  $v \times$  tempo  $\frac{1}{\infty}$

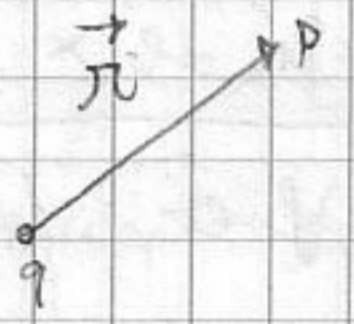


Conseguenza pratica eq. linee di campo di  $\vec{J}$  si devono chiudere in se stesse.

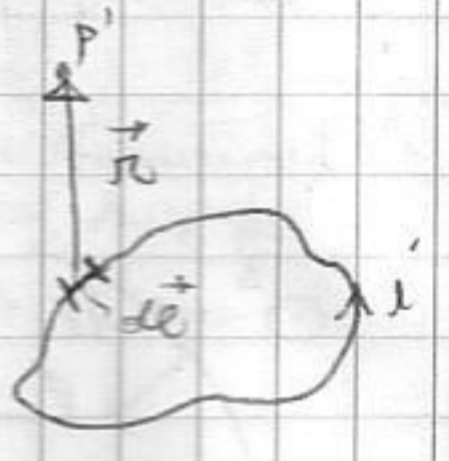
[Cond. NECESSARIA per situazione stazionaria]. Un campo a divergenza nulla e' un CAMPO SOLENOIDALE [linee di forza non nascono e non muoiono].

I campi magnetici sono generati da correnti che si muovono in maniera stazionaria:  $\vec{E} \leftrightarrow \rho$ ;  $\vec{B} \leftrightarrow \vec{J}$  ( $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ ). E formula analoga

Coulomb x B! Prendiamo q puntiforme e P punto x calcolo  $E(P) = k_0 \frac{q}{r^2}$



Quel e' analogo magnetico? e' staz.  $\Delta$  p.to di q mettiamo i stazionari che percorrono circuits chiuso, P e' p.to x calcolo B. Prendo  $d\vec{\ell}$



nel verso di i punto che ha ruolo di q [poi integrato]. Cond.  $\vec{r}$ . Si scopre

che  $\vec{B}(P) = k_0 \int \frac{i d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$  (dim. simile  $d\vec{\ell}/r^2$  a  $\vec{E}$ , al posto di q con i dℓ; devo combinare  $d\vec{\ell}$  e  $\hat{r}$ ; cosa mette per far tornare dimensioni +1). In  $\vec{E}$  c'e'  $q/r^2$ , in  $\vec{B}$  c'e'  $i d\ell/r^2$ ;  $[q] = [i d\ell]$   $\rightarrow$  dim. simili  
 gli  $\vec{B}$  sono la stessa di  $\vec{E}$   $C = A \cdot m = \frac{C \cdot m}{V}$  moltiplicate per m/s

Le dim. di  $\vec{B} = E/v$ ;  $\Rightarrow \int \rightarrow 1/v^2$ ; si trova che  $\vec{B}(P) = \frac{k_0}{c^2} \int \frac{i d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$  ; inserisci  
 il fattore  $c^2$ , dove  $c =$  velocita' della luce [ $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s]

LEGGI di BIOT-SAVART (analogo legge Coulomb per  $\vec{B}$ )

$$\vec{B}(P) = \frac{k_0}{c^2} \int_C \frac{i d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

Il campo magnetico statico e' generato da i stazionari

$\rightarrow$  simile a Coulomb, tranne x calcolo vett. [notare  $\vec{B}$  sono vettori] [omologia formule ad  $\vec{E}$ ]

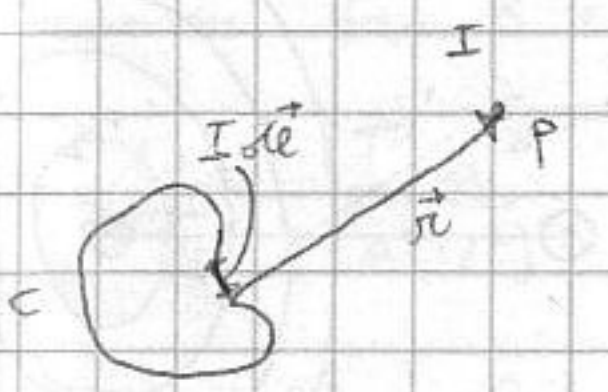
$1/c^2$  e'  $1/10^{17}$ ; [facile avere 1A] Effetti  $\vec{B}$  si notano in conduttore.

(39)  $\Delta$  causa di questo fattore, se ho un campo elettrico, eventuali campi magnetici ad esso associati notiamo sempre valori di grandezza molto + bassi

Effetti magnetici sono manifestazione macroscopica effetti relativistici

[elettromagn. e th. relativamente invariata]

26-5-05 Ex. applicazioni Biot-Savart (analogo legge Coulomb E; permette di determinare  $\vec{B}$  in P generato da circuito C percorso da corrente  $I$  (stationaria))



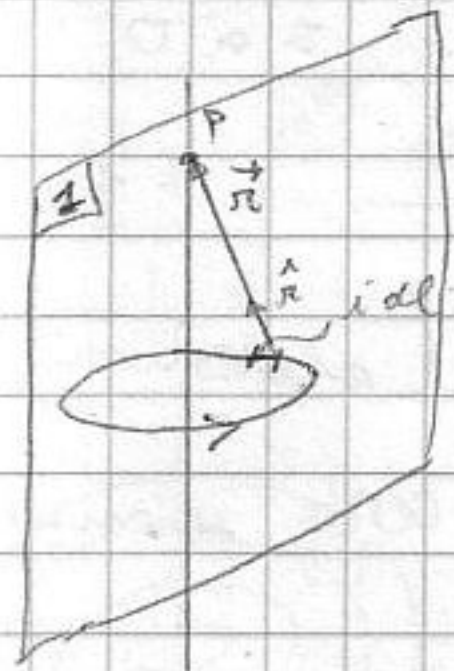
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{c^2} \oint_C \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{c^2} \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \dots$$

PERMEABILITA' MAGNETICA nel VUOTO

Caso della spira circolare di raggio  $a$  percorso da corrente  $I$

Esistono  $I$  staz.  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$  [ $\vec{J}$  ha linee chiuse]. Vogliamo  $\vec{B}$

generato da  $\vec{B}$  nei p.ti dell'asse della spira. Prendiamo elemento

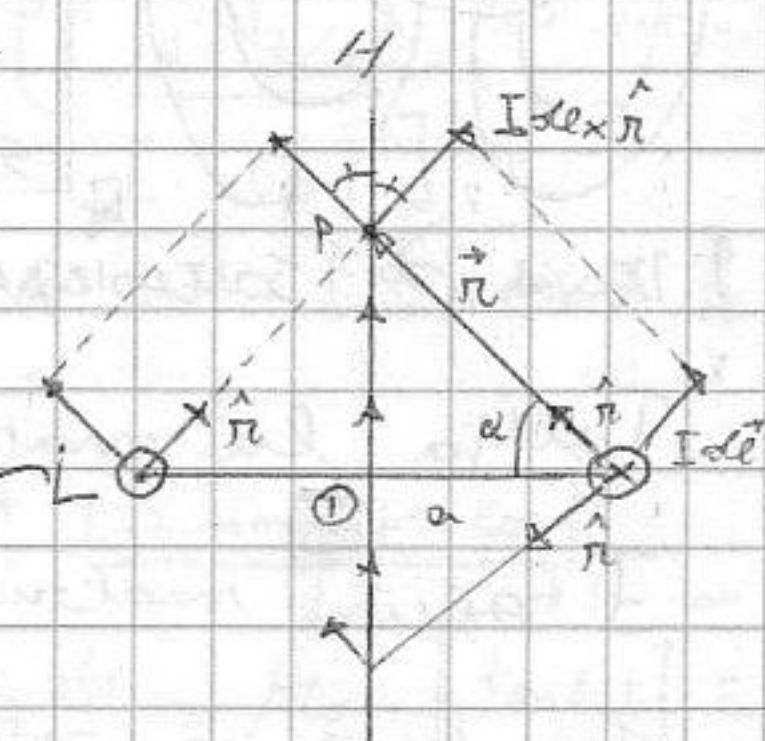
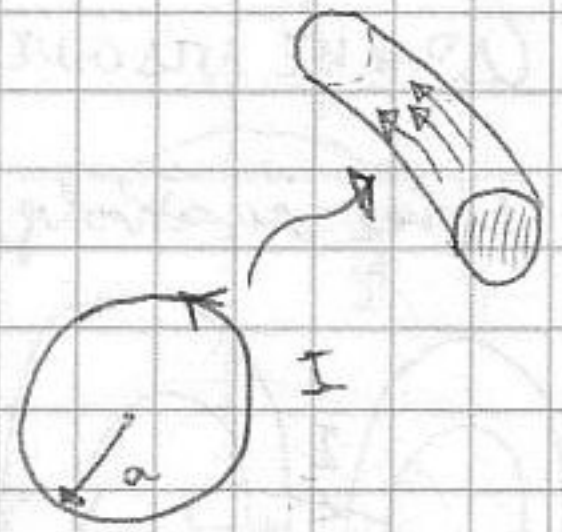


$Id\vec{l}$  e vettore tangente -  $\hat{r}$  to gli osservatore, e

forme  $d\vec{l} \times \hat{r}$ ;  $|I d\vec{l} \times \hat{r}| = I dl \sin \theta$

si riesce a sommare i contributi. Il

vettore  $I d\vec{l}$  è in un cono con semiapertura



$a$  e lunghezza  $I dl$ .  $\pi$  è costante; sommano tutte le coppie di elementi

opposti, il v. finale è diretto lungo l'asse  $z$  della spira.  $|\vec{B}_z| = \frac{\mu_0 I}{c^2} \int_C \frac{\sin \theta}{r^2} dl$

$$= \frac{\mu_0 I}{c^2} \frac{1}{\pi} \frac{1}{r^2} \cdot 2\pi a = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{2\pi a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{2\mu_0 I \pi a^2}{c^2 (a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2}{2 (a^2+z^2)^{3/2}}$$

$B$  è max in  $z=0$  e 0 all'inf. (ma sopra che sotto a  $z=0$ ,  $B$  punta

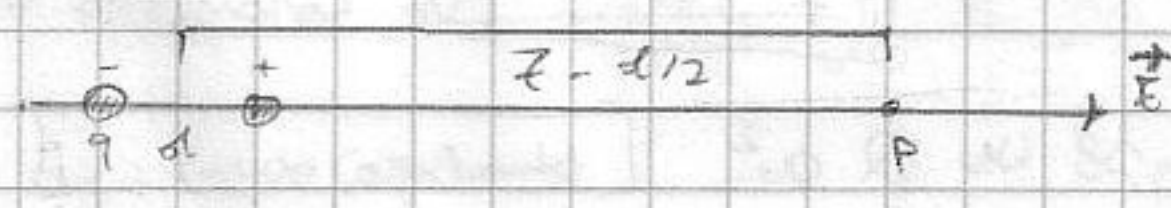
verso l'alto)  $\Rightarrow$  linea di forza di  $B_z$  è diretta da  $-\infty$  a  $+\infty$

Linea non chiusa né origine né fine. Caso particolare linea

chiusa.  $\rightarrow$  linee di forza  $\vec{B}$  in CHIUSO ma in STESSA

Mettiamo a  $d=z \gg a \rightarrow$  trascuro  $a^2$ ;  $B_z \approx \frac{\mu_0}{c^2} \frac{2 I \cdot \pi a^2}{z^3}$ , a grande distanza

$B$  va come  $1/z^3$  [vedi DIPOLLO]

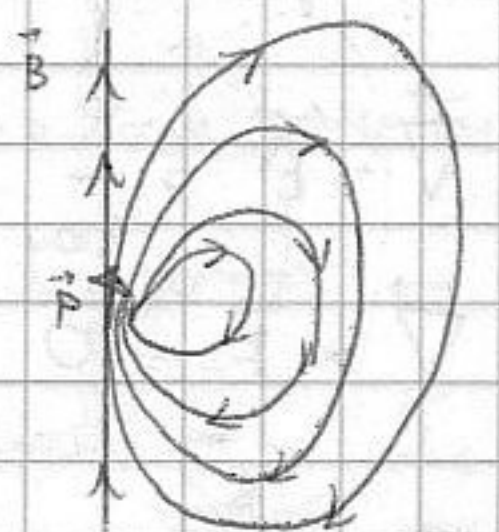


$$\vec{E} = kq \left( \frac{1}{(z-d/2)^2} - \frac{1}{(z+d/2)^2} \right) \approx kq \frac{2d}{z^3}$$

In elettro. ho dipolo con  $|\vec{p}| = qd \rightarrow$  linee di campo: (data)

$\vec{E}$  in ass. è quello di prima. Stessa struttura su  $B_z$  a meno

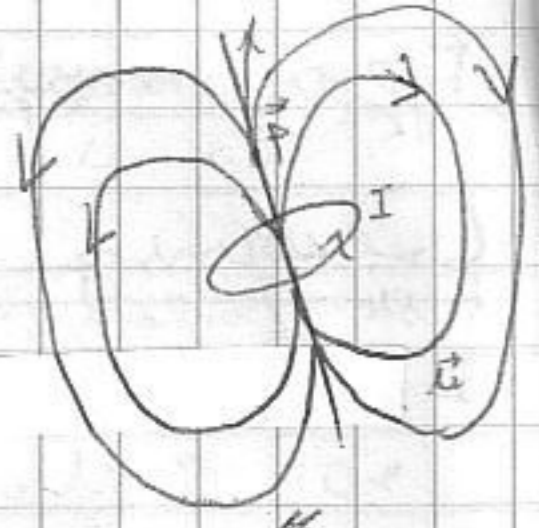
di  $1/c^2$ .  $\vec{p}$  è sostituito in  $B$  da  $\vec{I} \cdot s = \mu$  MOMENTO DI DIPOLLO



MAGNETICO. Spira percorso da  $I$  in p.ti può pensare a sorgente

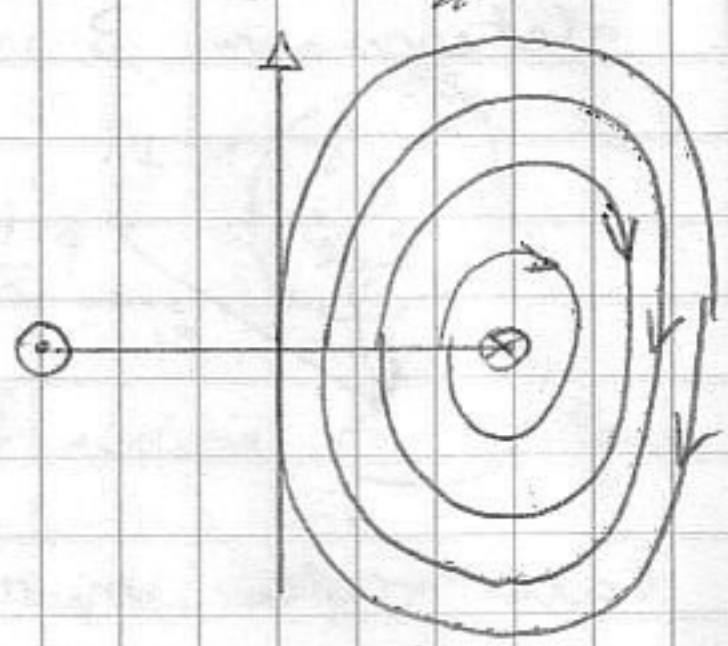


Vettore  $\vec{M}$  che ha dir  $\perp$  a piana porta corrente e verso e' quello del quale verso circolare le  $I$  in senso antiorario



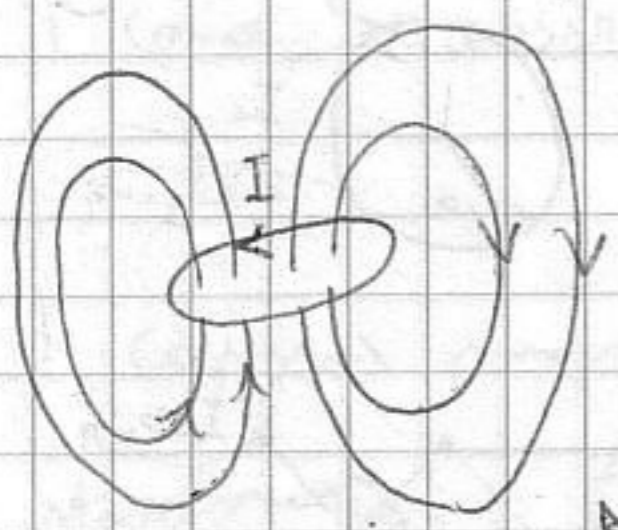
$|\vec{M}| = I \cdot S$ ; il calcolo di  $\vec{B}$  si fa con stesse espressioni  $\vec{E}$ ;  $k_0$ ,  $k_0/2$  e a  $\vec{p}$ ,  $\vec{M}$ . (sempre a grande  $\sigma$  del dipolo)

In vicinanza porta cose sono complicate. / ~~A~~



CARICHE MAGNETICHE  $\Rightarrow$  linee si mantengono, si muovono.

Linee si avvolgono intorno a linee di corrente.



$\vec{B}$  statico e' SOLENOIDALE  $[\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0] \Rightarrow$  LINEE SONO CHIUSE

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

Flusso campo magnetico uscente da qualsiasi superficie chiusa e'  $\geq 0$

LEGGI DI SOLENOIDALITA' (SEMPRE FISOMERICO)

Tutta la materia e' costituita da tanti dipoli magnetici (elettroni).

Alcuni materiali che hanno globalmente un  $\vec{M}$  lungo una certa direzione secondo luogo a  $\vec{B}$  dovuto a  $\vec{M}$  generato da movimenti elettronici.

Noi siamo pieni di  $|\vec{M}|$  [ex. nella risonanza magnetica; dipoli si orientano]

Elettroni approx. a gallerie cariche - che ruotano intorno al proprio asse generando un momento magnetico [SPIN]. Pensa ad anello



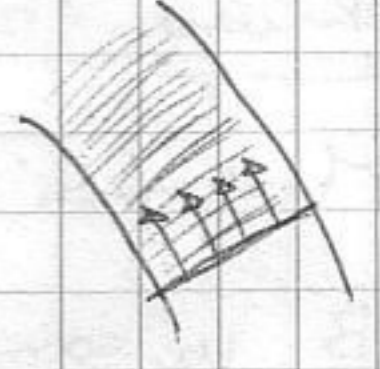
di raggio  $a$  uniformemente carico nel perimetro. Puntello in rotazione intorno ad asse per cui con  $\omega = k$ . Ho distrib. carica di

quanta  $\rightarrow$  ho creato  $I$  magnetica.  $|\vec{M}| = I \cdot \pi a^2$ ;  $I = \frac{c}{s} \rightarrow Q / T \rightarrow$  periodo

Quanto vale  $I$ ?  $I$  e' flusso di  $\vec{j}$  attraverso una certa sezione

$\vec{j} \perp$  costante;  $I = |\vec{j}| \cdot S$  [ $\vec{j} = \rho \vec{v}$ ] =  $|\vec{v}| \cdot \rho \cdot S = \omega a \cdot \lambda =$

$\frac{Q \pi a \lambda}{T} \Rightarrow \boxed{I = \frac{Q}{T}}$ ; quindi  $\vec{M}(\text{anello}) = \boxed{\frac{Q}{T} \pi a^2}$  [si comporta come



un fante porta percorso da corrente]  $M_0 \approx \omega Q a^2$  [analogo a  $\vec{j}$ ]

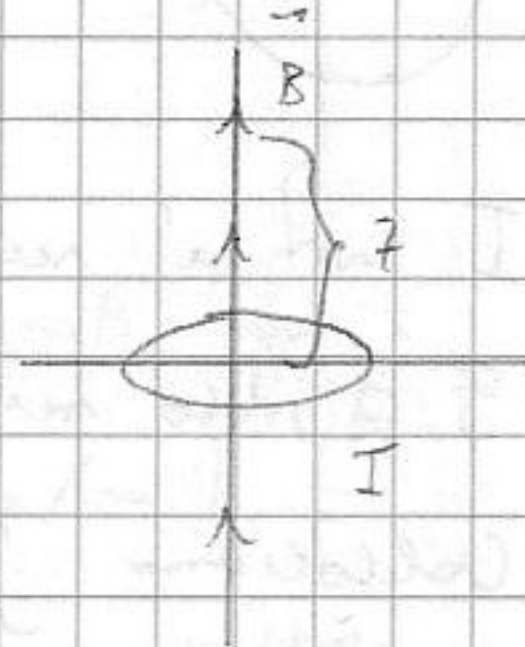
$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	VALGONO ANCHE IN COND. NON STAZIONARIE	Le Q' EQ DI MAXWELL (in cond. statiche)
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$	$\vec{B} \leftrightarrow \vec{j}$		

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ ;  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ;  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}$  → caso stazionario. Relazione

tra  $B$  e  $I$  (vedi Rot-Savart)  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$  / map.  $\vec{p} \rightarrow \vec{u}$   
 $q \vec{v} \rightarrow I \vec{s}$   
 $h_0 \rightarrow h_0/c^2$

legame tra  $\vec{B}$  e  $\vec{j}$ , prendiamo una spirale

$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}$  [  $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$  ]. Una spirale coincidente con



una delle linee di flusso di  $B$ . Se considero  $\int B_z dz$  (simile

a circolazione) =  $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$ ,  $\mu_0 I \frac{a^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(a^2+z^2)^{3/2}} \rightarrow f. \text{ pari} \Rightarrow$

$\frac{\mu_0 I a^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2}{a^3} \int_0^{\infty} \frac{dz}{[1+(\frac{z}{a})^2]^{3/2}} = \mu_0 I \int_0^{\infty} \frac{d(\frac{z}{a})}{[1+(\frac{z}{a})^2]^{3/2}} =$

$\mu_0 I \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}}$  [int. di una spirale mista → lista che siamo coinvolti]



↳ sott. una cosh;  $\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1 \rightarrow 1 + \sinh^2 t = \cosh^2 t$   
 $x = \sinh ht \left[ \frac{e^t - e^{-t}}{2} \right] \Rightarrow \mu_0 I \int_0^{+\infty} \frac{\cosh ht dt}{\cosh^3 ht} = \mu_0 I \left[ \tanh ht \right]_0^{+\infty} =$

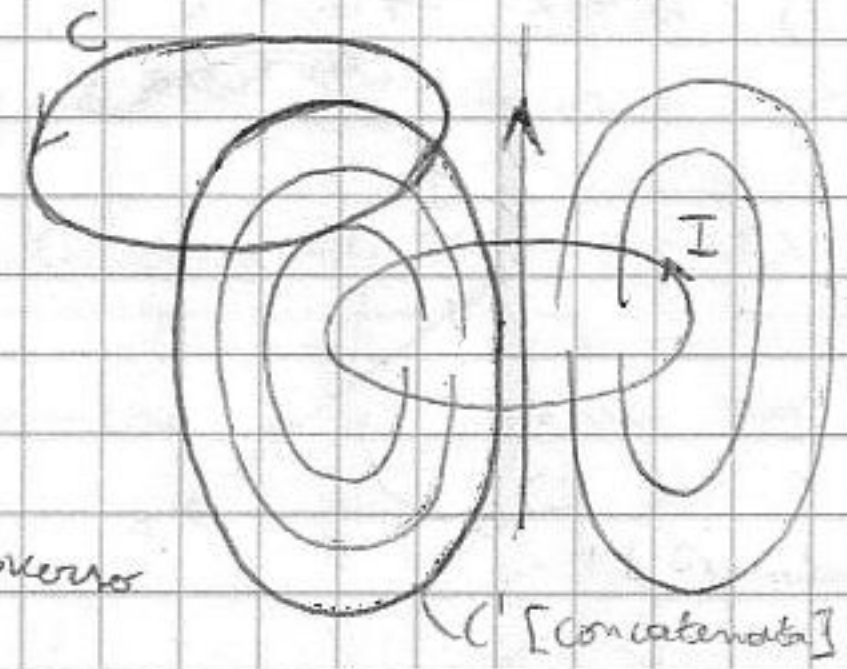
$\mu_0 I$ ;  $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} I \rightarrow$  LEGGE DI AMPERE

La circolazione di  $\vec{B}$  lungo la linea di flusso coincidente con una spirale ha un valore  $> 0$ ;

[risultato di solo la intensità corrente] →  $\vec{B}$  non è irrotazionale (linee di campo non chiuse; lista loro circolazione lungo linea di  $f$ , è una  $q > 0$ ,

$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = q$ , positivo,  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  sempre equiversi)]

$\vec{B}$  generato da  $I$  lo consideriamo, prendiamo generico linea chiusa  $C$ . Quanto vale  $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$  lungo  $C$ ? → = 0.



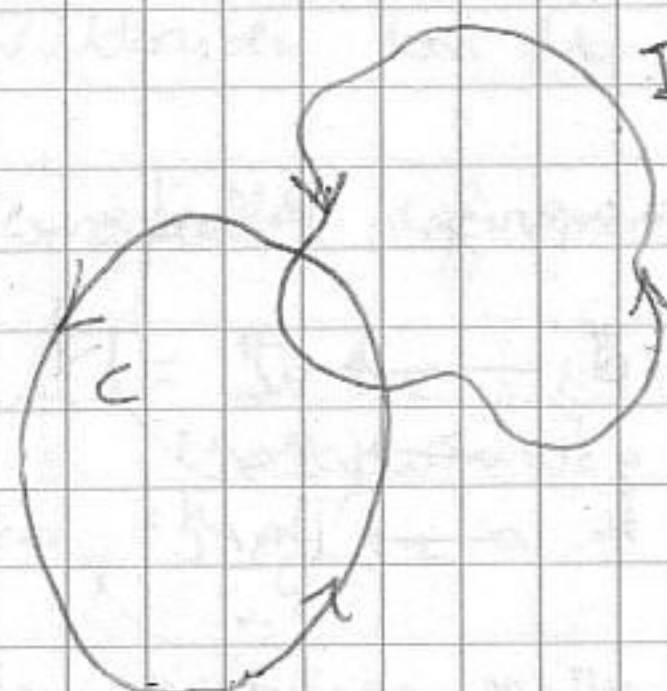
Se prendo  $C'$  invece  $\int_{C'} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$ .  $C'$  passa attraverso

linea di corrente. In  $\int_C d\vec{B}$  è 0 ≠ da 0 se  $\rightarrow$  percorsi (purché chiusi) associati a linee  $I$  e percorsi chiusi nei quali calcoliamo circolazione) non sono sono concatenati.

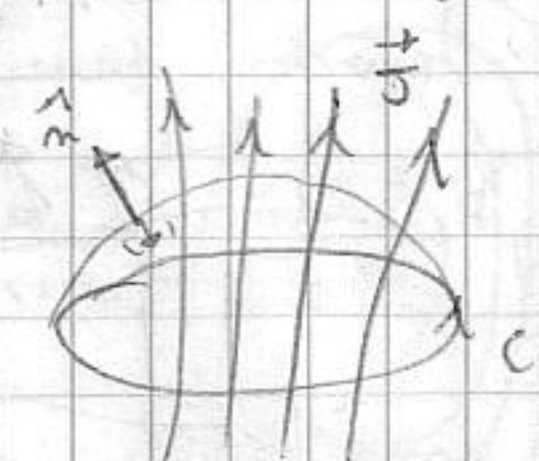
Nel caso del flusso elettrico, esso è dato  $q/\epsilon_0$ . Qui, se  $C'$  e  $I$  sono

concatenati, la circolazione è  $\mu_0 I_c \rightarrow$  INT. di corrente concatenata  $\rightarrow \frac{1}{\epsilon_0 c^2} I_c$

con  $I_c$  (→)  $\mu_0 I$  nella spirale [circuito = linea chiusa]



Si sa che  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} I_c$ ; studiamo orientati il circuito  $\rightarrow$  firmare in verso di percorrenza. I due percorsi sono concatenati.  $I_c = I$ ,  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$  di  $\vec{B}$  verso di percorrenza (det. il segno)  $I_c =$  flusso di  $\vec{J}$ . Supponiamo  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ . Supponiamo che



$I$  non è nel filo ma è distribuito nello spazio (prima  $\vec{J}$  solo nella linea chiusa). Prendiamo  $S$  chiusa e

calcoliamo  $\oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$  (carica tot. interna è costante nel tempo).

Se  $\text{div} \vec{C} = 0$ , flusso attraverso qualsiasi  $S$  chiusa  $\rightarrow \oint_{S_1} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$

[vedi th. Green]. Un campo irrotazionale ha circolazione nulla; un campo solenoidale ha flusso attraverso qualsiasi  $S$  chiusa zero.

Afferma che ogni campo vettoriale si può scrivere come sovrapposizione campo irrot. e solenoid.

[Dunque  $\vec{J}$  è solenoidale in C. Magnetostatica]. Dobbiamo (x def.  $I_c$ ) def. una

mpa. aperta legata a percorso chiuso.  $I_c = \int_{S_c} \vec{J} \cdot \hat{n} dS =$  flusso di  $\vec{J}$  attraverso una superficie aperta.

Ex: circonferenza  $\rightarrow$  cerchio [no area] oppure un'area appoggiata (ex. inizio bobina di corrente).  $S_c$  indica una qualunque mpa. aperta

il bordo di  $S_c = C$  [ $\partial S = C$ ]. Dobbiamo orientare la superficie; scelta e x convenzione: si orienta  $\hat{n}$  / x mi mette come  $\hat{n}$  visto la linea

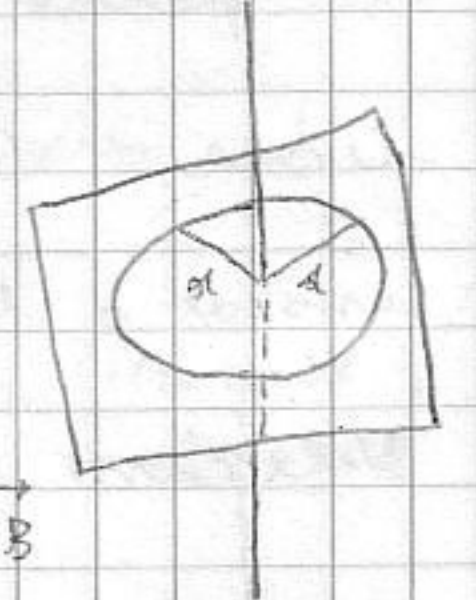
percorso in senso antiorario. Prendiamo per esempio l'Ampere  $\left[ \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_c} \vec{J} \cdot \hat{n} dS \right]$ .

Ex l. ampere: filo rettilineo indef. percorso da  $I$ . Vogliamo  $\vec{B}$  in P distante al dal filo. [approx.];

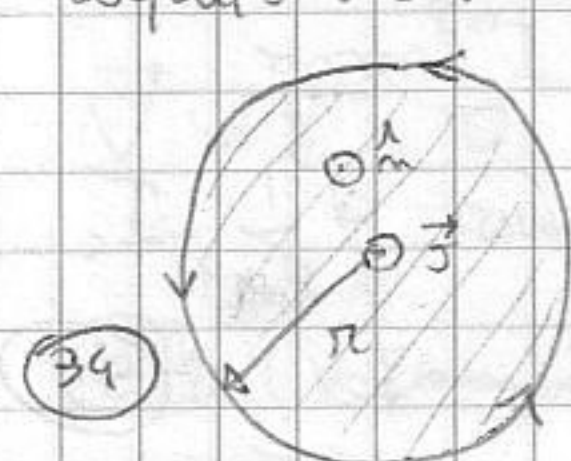
non ho circuito percorso da  $I$ , nei punti vicini al circuito verso  $I$  infiniti]. Dobbiamo coprire  $d\vec{l}$  e

verso  $\vec{B}$ ; linee  $\vec{B}$  devono chiudersi.

Prendo piano che interseca  $I$ . Nei punti equidistanti da filo lo vedo come filo infinito  $\Rightarrow$



nella circonferenza  $|\vec{B}|$  è uguale. Le linee chiuse di  $\vec{B}$  si avvolgono intorno a  $\vec{B}$  [ipotizz. il loro verso x ragioni di simmetria assiale]. Appliciamo Ampere. Scegliamo come  $C$



34

una linea di forza di  $\vec{B}$ . Quanto vale  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ? Se  $\vec{B}$  ha quel verso, circ. =  $B \oint d\ell = 2\pi R B = \mu_0 I$  → flusso di  $\vec{J}$  tramite ad ex. superficie

area di  $C$ , la orienta con  $C$ . Per  $\vec{J} = I$  con verso coerente con  $I$ .

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Poiché  $\oint \vec{B} \neq 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} > 0$ . Le dim. circolazione sono  $\text{dim } B \cdot m =$

$\text{dim } \mu_0 \text{ dim } \vec{J} \cdot m^2$ ;  $\text{dim } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\text{dim } B}{m}$  (derivata parziale, Tesla/m).

Dobbiamo dir. per  $m^2 \rightarrow \frac{\text{dim } B}{m} = \text{dim } \mu_0 \text{ dim } \vec{J}$  mi serve un vettore

di  $\vec{J} \Rightarrow$  Forme DIFF. LEGGE AMPÈRE

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$
---	--	----------------------------------	-----------------------------------	---

Usando Ampère prima ho trovato  $\vec{B}$  in questa. Nel ragionamento è strano che

$\vec{B}$  è definito convenzionalmente in verso. (fisicamente non è buono). Ma noi

siamo interessati agli effetti, / Pensiamo due fili // con  $I$  equivero.

$I_1$  genera  $B$ ;  $I_2$  è immerso in  $B$ . Puro calcolo forza

a cui  $I_2$  è soggetto a causa di  $B$ .  $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(lo stesso in tutti i punti di filo  $I_2$ )

$\vec{F}$  su  $I_2 d\vec{\ell}_2 \Rightarrow d\vec{F} = I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1$  (applichiamo

$\times$  due volte stessa convenzione  $\Rightarrow \vec{F}$  da stessa convenzione)

Inoltrando elemento finito di lunghezza  $l$ ,  $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} l \rightarrow \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$

I due fili si respingono se  $I$  discordano, si attraggono se  $I$  concordano.

La definizione di  $A$  lo si applica alla forza con fili distanti da  $1 \text{ mt}$ .

31-5-2005

Ex: legge di Ampère. [nel th. Gauss si sfruttava la simmetria  $q$  e prima dei

calcoli si aveva informazione nel campo] SOLENOIDE:

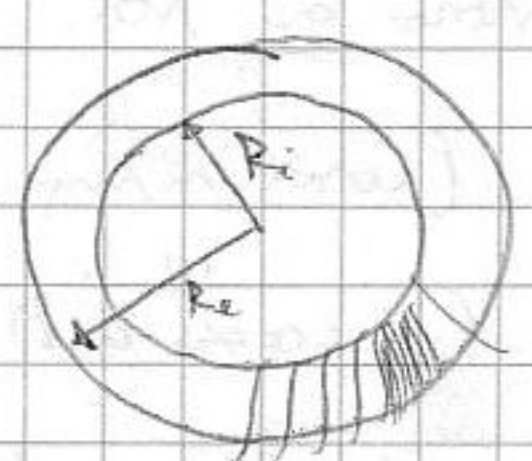
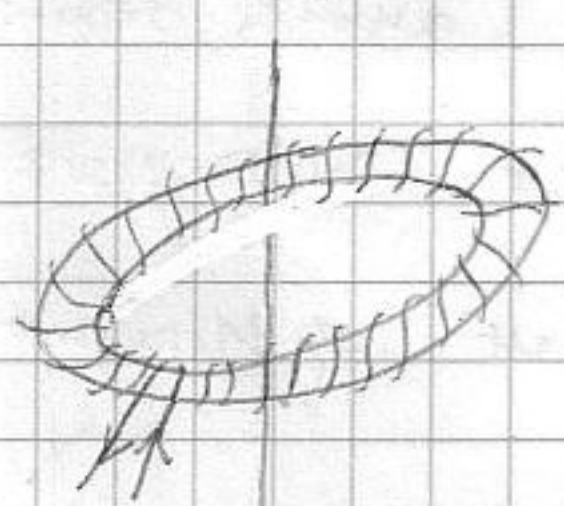
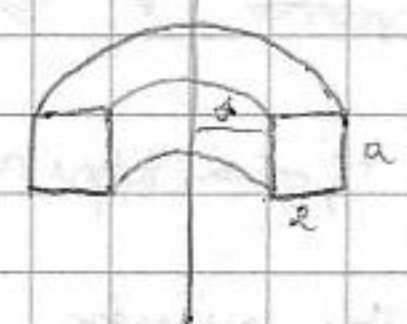
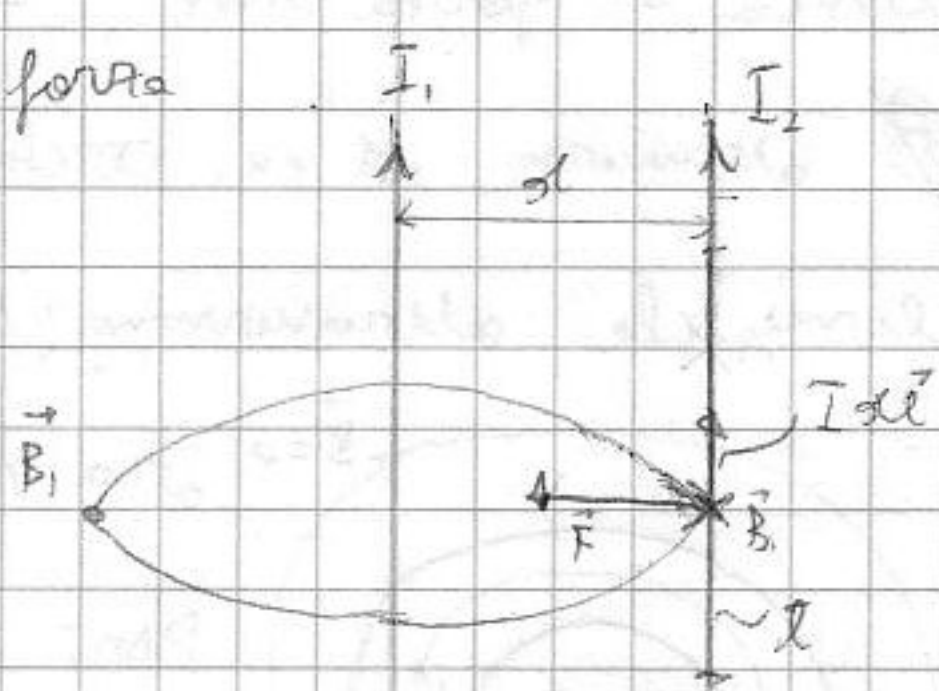
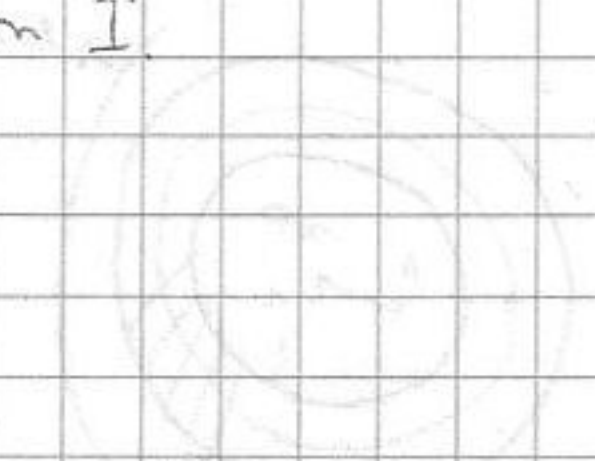
- SOLENOIDE TOROIDALE: [Toro: solenoide di rotazione generato da

figura piana intorno ad asse] Avvolg. intorno a toro filo conduttore [bobine]

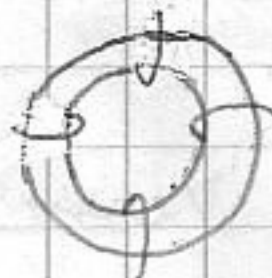
Calcoliamo  $\vec{B}$  generato dal filo;  $1 \text{ in}$ .

le spire sono molto dense [vicine tra

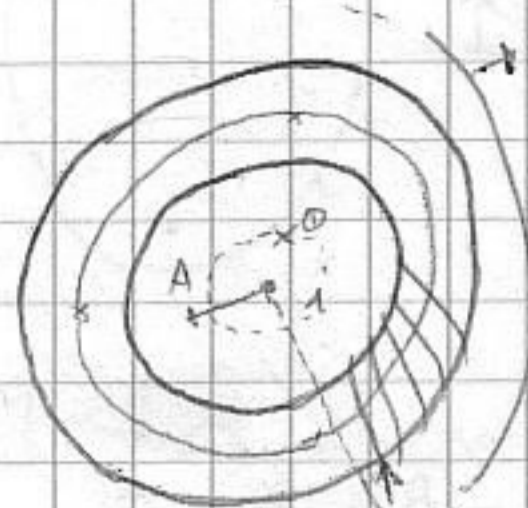
loro]  $\Rightarrow$  il toro acquisito simmetria



assiale. Penso se fanno solo 4 spire  $\rightarrow$  non c'è simmetria (distanza dei punti tra spire è diversa). Dobbiamo unico avvolgimento perf.

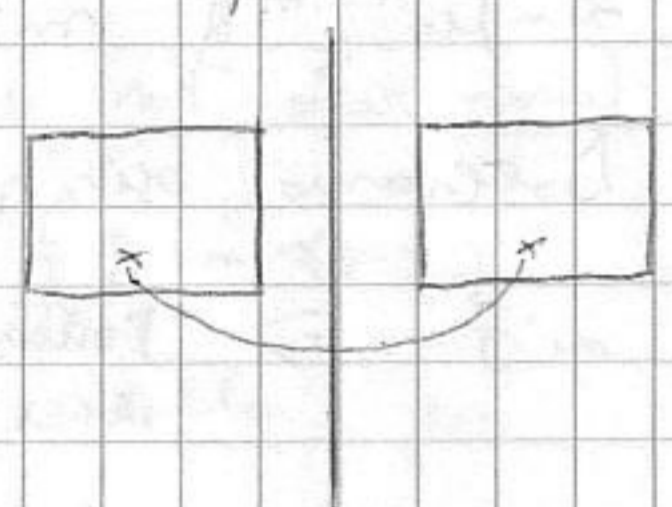


denso e continuo  $\Rightarrow$  posso sostituire modello matematico "spira": penso



a  $N$  spire e tra loro messe l'una accanto all'altra.  
 $N =$  numero spire, numero avvolgimenti;  $I$  è la corrente che scorre. (trucco è capire se la struttura geometrica è in grado di essere ingo nelle linee di campo) Se col ex non in  $\odot$ , i punti sulla circonfer. hanno stessa mt. fisica.  $\vec{r}$ : simmetria:

Essendo simm. assiale, le linee di forza sono circolari.

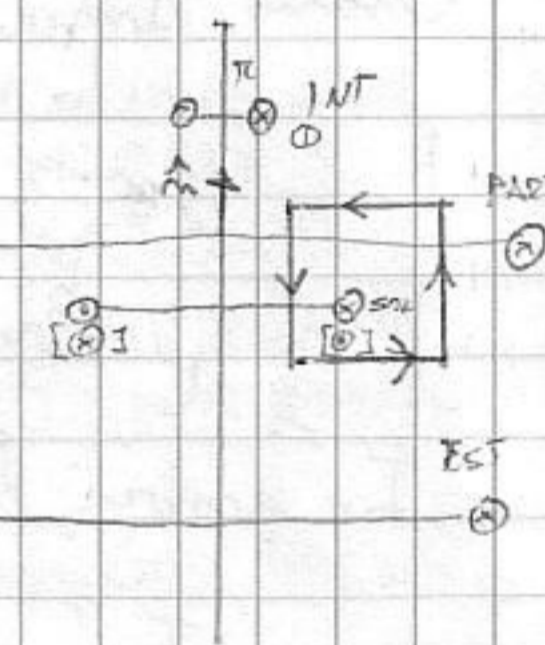


nel piano,  $I$  ore simmetria. Det. verso e  $|\vec{B}|$  di  $\vec{B}$ . Usiamo

Th. Amp in forma int:  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c = \mu_0 \int_{S_c} \vec{J} \cdot \hat{n} dS, \partial S_c = C$

Supponiamo  $I$  entrante  $\odot$ .  $\rightarrow$  (scelta  $\Delta S'$ ); supponiamo di colpire

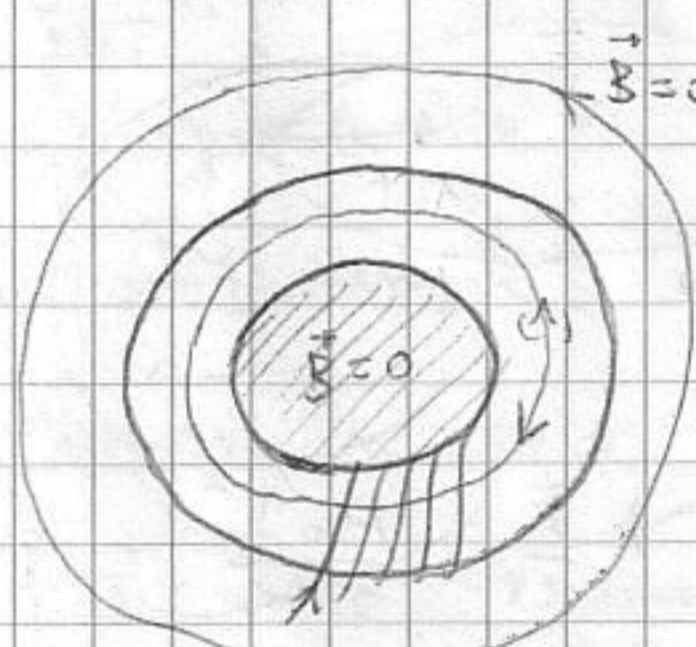
$\vec{B}$  lungo linea di forza  $\odot$ . Considero il circuito chiuso della



linea di forza dove  $2\pi r B(r) =$  (quante volte  $I_c$ ! Detto vedere

$\odot$  attraversa col ex. CIRCUITO chiuso connesso di linea campo).  $\vec{B}$

linee che attraversano superficie  $\Rightarrow = 0$  ( $\forall$  spira)  $\Rightarrow$  reg. interna  $\vec{B} = 0$ . Prendiamo



tra  $r$  e esterno; anche qui  $\vec{B} = 0$  x stesso motivo  $\mu_0$  in

Parti linee attraversano superficie; per  $\phi \downarrow = -I, \phi \uparrow = I \Rightarrow$

norma  $\phi = 0 \Rightarrow \vec{B} = 0$ .  $\vec{B}$  è dentro al solenoide  $\rightarrow$

struttura in grado di calcolare  $\vec{B}$  in regione finita

spazio. Quante volte in  $S_{\perp}$  [intorno solenoide]. Dobbiamo ipot. che linea vista in

verso anticlockwise  $\Rightarrow \hat{n}$  è  $\uparrow$ ;  $2\pi r B(r) =$  (flusso  $= -I$  perché  $\hat{n}$  ha verso

opposto  $\downarrow \Rightarrow$  abbiamo sbagliato, verso  $\vec{B}$  è  $\uparrow$ )  $= +\mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  (stella

singola spira)  $\Rightarrow B_r = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$  [se c'era una sola spira non avrei potuto

fare questo ragionamento]. Il calcolo si sta per punto, basta che sia

dentro a rot. e abbia stessa  $\pi$ .  $\Rightarrow \forall$  forma spira (avvolta densamente)

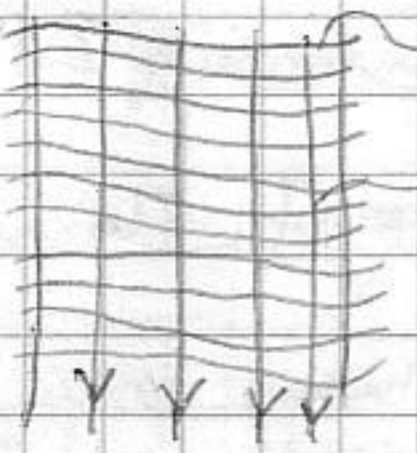
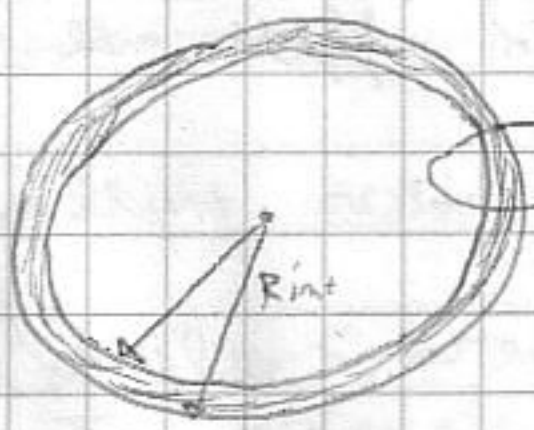
$\vec{B}$  (con simm. assiale) è sempre quel valore. È analogo CONDENSATORE

(e stessa cosa). Pensiamo a solenoide /  $R_{int}$  e  $R_{est}$  sufficientemente

per q. molto piccola.

(36) (e stessa cosa). Pensiamo a solenoide /  $R_{int}$  e  $R_{est}$  sufficientemente

per q. molto piccola.



Procediamo in questo tratto, (3)

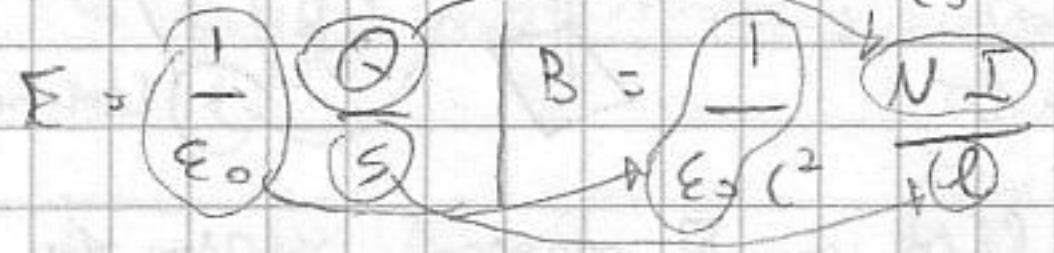
vediamo  $\vec{B}$  conformato. [Soluzione

(lavoro) + [POTENZIALE VESFUSO] ;  $\vec{B}$  è uniforme

è approx. costante  $\approx \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I$  ; disposizione di spire a volte su un cilindro  
col sole strettissimo e a sezione costante;  $\vec{B}$  è praticamente costante.

$\vec{B}$  è data dalla regola di destra  $\left[ \frac{N}{2\pi R} = n \right] \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 n I$ . Pensa a

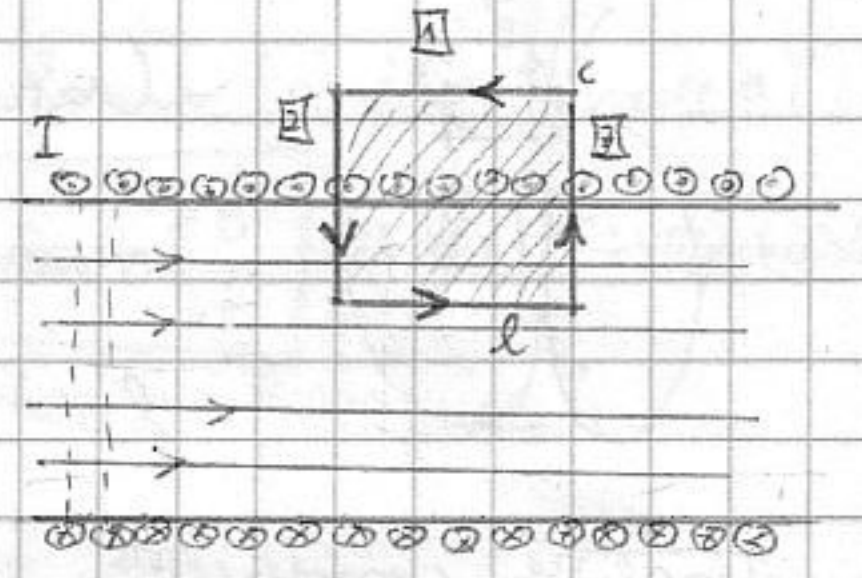
condensatore piano,  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{S}$ ;  $\vec{B}$  è come "simmetrico"  $\mu_0 \frac{NI}{l}$  →



in solenoide DEVE essere Energia (spira per for

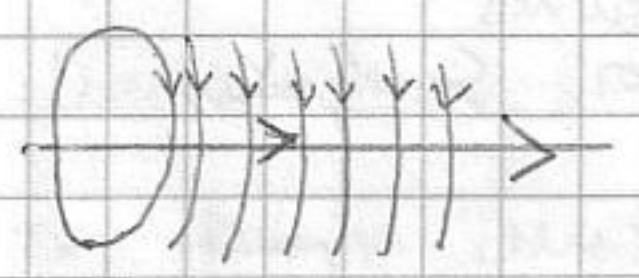
parata I in spire;  $E_m$  è in forma di campo magnetico (differenziale)

$\vec{B}$  e  $\vec{E}$  non sono separati; eq. max. sono simmetriche.



Prendi nel rett. in sol. lo costruiamo prendendo una

spira dove fanno passare I, ne prendo altre accanto.



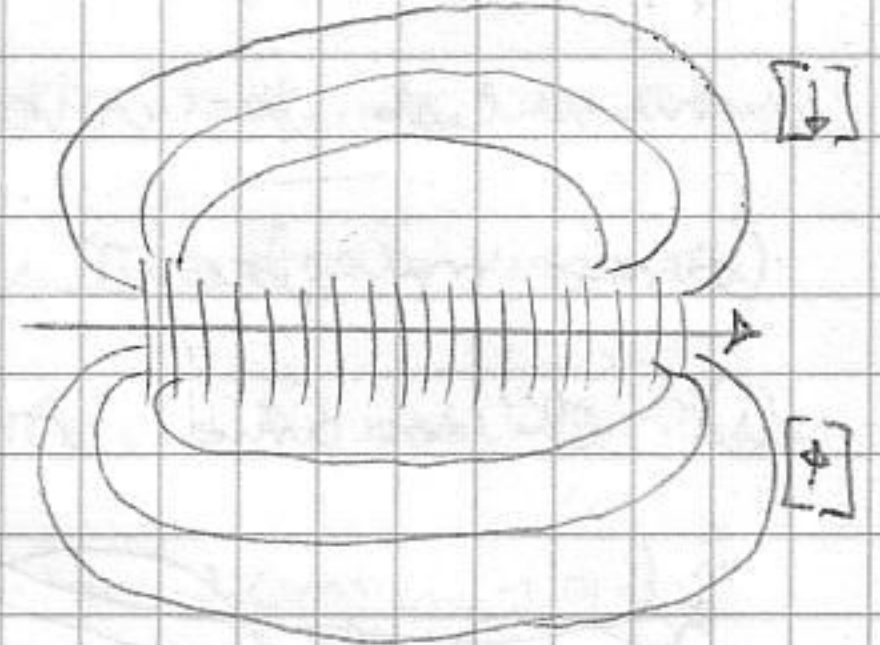
nell'area  $\vec{B}$  è → ; pensando a

N spire, le altre linee devono

essere chiuse; + molte spire, +  $\vec{B}$  è rinchiuso e n'

rinchiuso al di fuori solenoide; con  $\infty$  spire linea n

chiusa di  $\infty \Rightarrow$  è linea retta. Come col colore  $\vec{B}$ . →



Ampera. Supponiamo di volere  $\vec{B}$  in  $\odot$ . Devo trovare x cosa chiusa dove è laonde

colore circuitazione;  $\vec{B} \cdot d\vec{\ell}$  ; scegliamo p. b. dove  $d\vec{\ell} \parallel \vec{B}$  o  $\perp$ . Prendiamo

rettangolo orientato c [ha n linee  $\parallel$  che  $\perp$ ];  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$  (ha 4 contributi;

In I, II, III  $\vec{B} = 0$ , solo il ultimo dà contributo.  $d\vec{\ell} \parallel \vec{B}$  ) =  $B l = \mu_0 I_c$

$I_c = \oint \vec{J} \cdot d\vec{\ell}$  alt. col ex superficie rettangolo; I scorre  $\perp$  alla sup. che - scende

in senso  $\odot$  - ha  $\hat{n}$  concorde;  $\Rightarrow I_c = NI \rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I$  ; numero di spire  
su l  $\rightarrow$  densità

$B = \mu_0 n I$  [Approccio intuitivo]

Sulle spire n muovono effetti su una carica:  $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

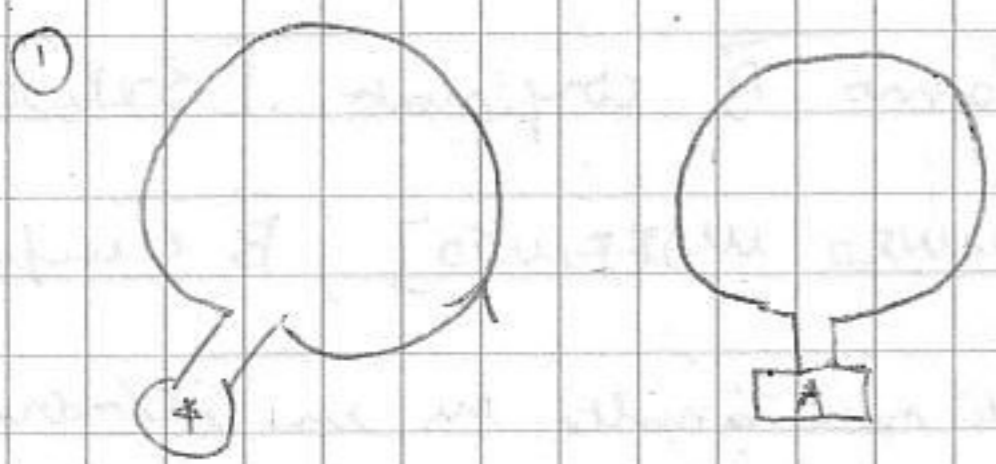
01-6-2005  $\nabla \times \vec{E} = 0$ . (Effetti magnetici non sono altro che effetti di I)

[A pensiamo di polo  $[P]$  immerso in  $\vec{E}$ , esso tende a orientarsi; lo stesso per te

immerso in  $\vec{B} \rightarrow$  spiega fenomeni importanti]

$\vec{B}$  sono in grado di mettere in moto cariche | Di generare fenomeni

elettrici /  $E_x$  ho il circuito con  $I$ . Corrente nel 1° avvio effetto nel 2°



[ galvanometro ] Ma non muoversi nulla.

Nel 1845 Faraday intuì che c'erano effetti elettrici quando il circuito si accendeva e si spegneva.

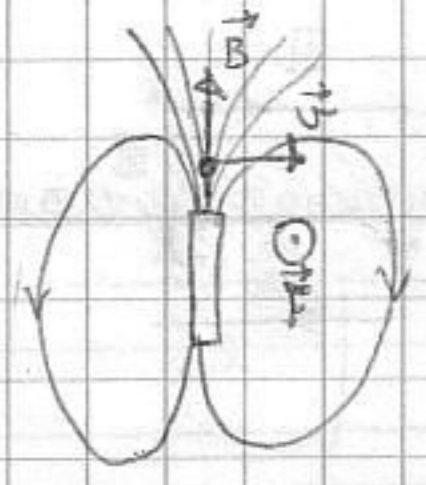
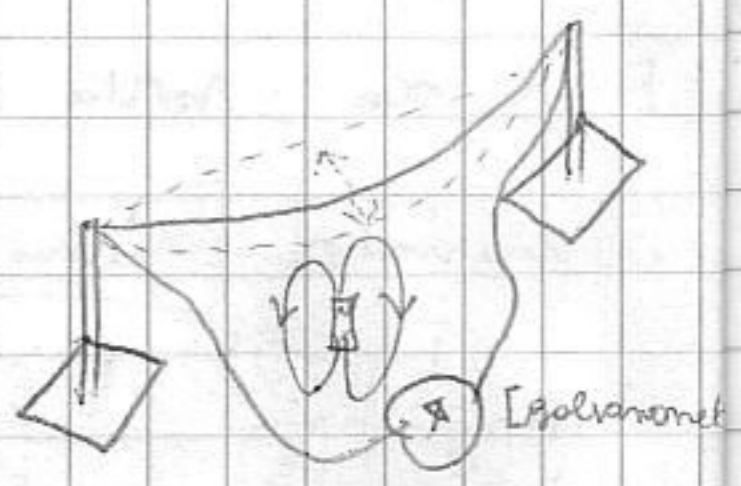
L'ago si muoveva quando  $I$  variava / Si fece altri esperimenti.

oche connesso sta filo, galvanometro e calamita.

Se si muoveva il filo veniva mossa  $I$ , se era

fermo ago non cambiava / Esperimenti con filo

fermo e magnete in movimento / Oppure filo in  $\square$  mosso verso st

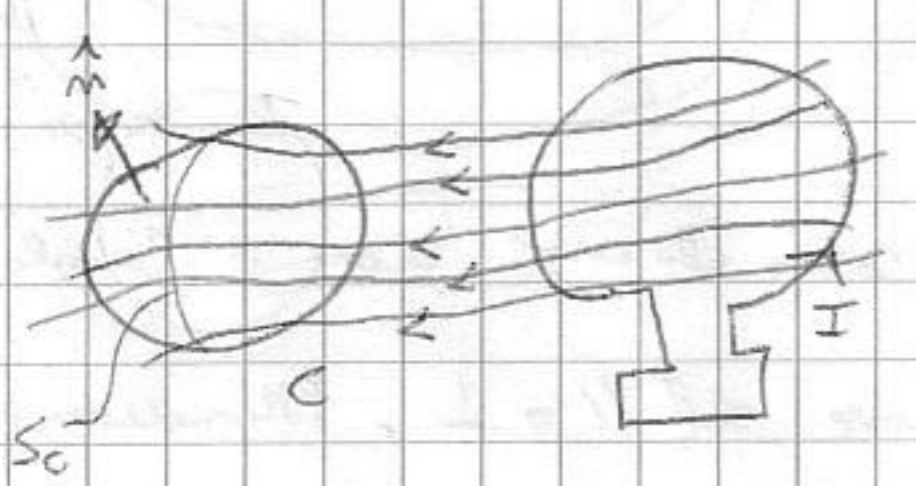


Cariche risentono della  $F$ . Lorentz  $q \vec{v} \times \vec{B}$ , quando si muovono muovono altre cariche, quindi porta a  $I$  (movimenti locali delle cariche correnti) / Esperimenti di Gauss - Weber: stesso

un filo conduttore, ad un capo c'era Gauss, all'altro Weber. Se Gauss moscolato Weber vedeva  $I$ . Effetto locale si risente in tutti i punti.

Come spiegare  $I$  a causa movimenti magnete / Come spiegare i circuiti /

①: chiudiamo circuiti. Che succede a stare  $I$  nell'altro /  $I$  genera



$\vec{B}$  nello spazio. Se faccio variare  $I$  varia  $\vec{B}$  / Possiamo anche tenere ferma  $I$  e muovere il circuito (ex. bobina che genera  $\vec{B}$  come calamita) / Possiamo

anche muovere circuiti chiusi; ho sempre una  $I$ . Fenomeni spiegabili con

legge di FARADAY:  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds \neq 0$  / flusso campo magnetico / stesso flusso / verso percorso / (legge di INDUZIONE) /  $\oint_C$  /  $\vec{B} \cdot \vec{n} \, ds \neq 0$  / concatenato con il circuito

fa me  $C$ ; prendere una superficie aperta qualsiasi /  $\partial S = C$ ; orientare

$S_C$  / da percorrere in senso antiorario e calcolare flusso. In caso

stazionario  $\dot{\phi} = 0$ . Se  $I$  effetti elettrici sono legati a  $d/dt$ ; relazione

a movimenti cariche nel circuito. Analisi dimensionali:  $[B] = \frac{m^2}{s}$

$[B] \left( \frac{m}{s} \right) \cdot m = \vec{E} \cdot m \rightarrow$  ha dimensioni  $\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \cdot q \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow 1$

che agisce su carica. In generale se ho cariche che

si muovono in circuiti chiusi, c'è forza che le spinge, se c'è una

variazione temporale del flusso concatenato all'interno del circuito

le coriche sono regolate da un vortice  $\vec{E}$

$$\frac{d}{dt} \int_{S_C} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{NON CONSERVATIVO} \\ \text{CAMPO ELETTRICO INDOTTO} \\ \rightarrow \text{FORZA ELETTROMOTRICE (F.E.M.)} \end{matrix} \quad \rightarrow \text{motore magnetico}$$

Difficile all'interno di un circuito manifestarsi dei fenomeni di tipo elettrico a dispetto delle variazioni di flusso del campo magnetico nel tempo.

Ma legge non soddisfaceva conservazione energia  $\Rightarrow$   $\frac{d}{dt} \int_{S_C} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \oint_{+C} \vec{E} \cdot d\vec{l}$  LEGGE DI LENZ

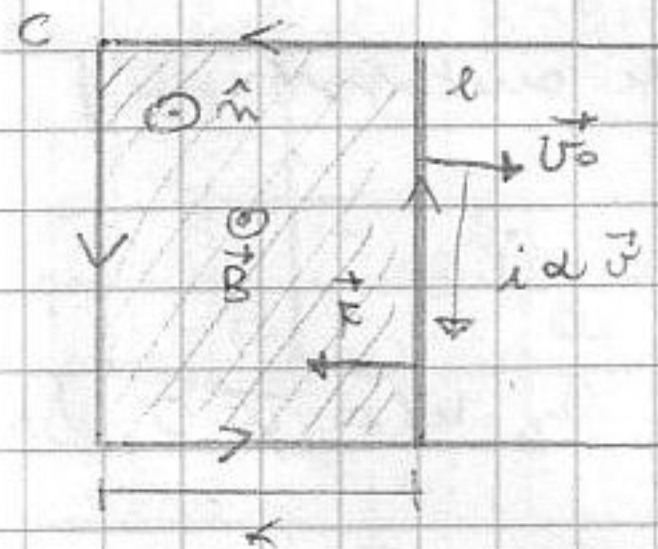
Legge di Ampere ora  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{S_C} \mu_0 \vec{J} \cdot \hat{n} dS$   $[\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}]$ . Simmetria

perfetta.  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{S_C} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS$  (il circuito è fermo nello spazio)  $\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  LEGGE FONDAMENTALE

Nel caso NON stazionario  $\vec{E}$  non è irrotazionale.  $\vec{B}$  agisce come "vortice".

Dove ci sono fenomeni magnetici non stazionari ci sono fenomeni elettrici.

Es: Prenoli 2 guide connesse immerse in  $\vec{B}$ , Prenoli alla poggiate in rotazione (traslazione stretta) e lancia l'asta con  $\vec{v} = \vec{v}_0$  verso sx.



Se  $\vec{A} \parallel \vec{B}$  asta non si ferma. Se c'è  $\vec{B}$  asta rallenta e poi si ferma (asta è metallica  $\rightarrow$  contiene  $q$ )

Flusso coriche + verso alto e - verso basso  $\Rightarrow$   $i$  verso

il basso. Ho conduttore immerso in  $\vec{B} \Rightarrow$  corrente forza  $d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$

diretta in senso opposto a  $\vec{v} \rightarrow$  moto esponenziale [circuiti elettromagnetici]

Una volta a contatto l'asta, il circuito è un rettangolo che si allarga

$\rightarrow$  flusso concatenato varia. Fissiamo verso di percorrenza.  $\int_{S_C} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$  (non può essere qualunque -  $\vec{B}$  è solenoide). Prenoliamo  $\parallel \vec{v} = \vec{B}$  (area circuito)  $\Rightarrow$

$\vec{E} = \vec{B} \cdot \vec{v}$  Flusso varia nel tempo  $\rightarrow \vec{E} = B \cdot \vec{v} = B l \vec{v}$ . Lenz

si combatte segno e ottengo circuitazione campo elettromotore. Secondo l'area

partire,  $-\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = -B l v (< 0)$ . Se forza  $> 0 \rightarrow$  voler meglio

$\vec{E}_{ind} > 0 \rightarrow$   $I$  avrebbe avuto verso opposto ma  $\vec{F}$  avrebbe accelerato, ma quale energia avrebbe perso? Questo è un sistema paradosso.

Se ho  $\vec{B}$  e conduttore in movimento in esso, e  $\vec{E} \cdot \vec{B}$  varia nel tempo  $\Rightarrow$

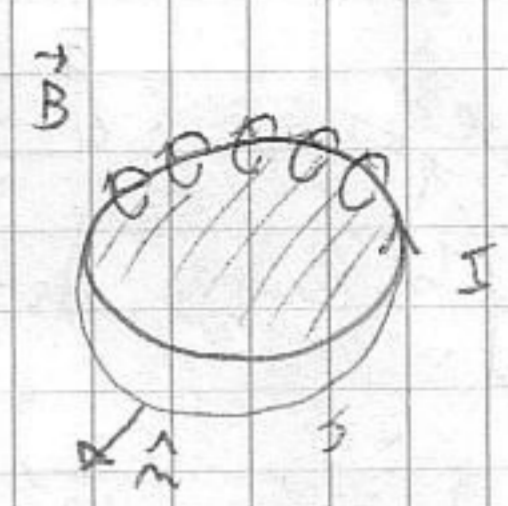


AUTO INDUZIONE

Legge Faraday in forma diff ( $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ) → forma int ( $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS$ ) lega var  $\Phi_B$  in circuito chiuso a I. Può essere  $\vec{E}$  non indotta

finale. ( $\Phi$  concatenato =  $\Phi$  calcolato tramite qualsiasi sup. aperta con C come bordo)

Prende ex circuito stoke nome I, magnetica I linee di campo che si avvolgono intorno a linea i. Se c'è  $\vec{B} = \alpha \vec{I}$  (legge Ampere  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ ) le linee di campo



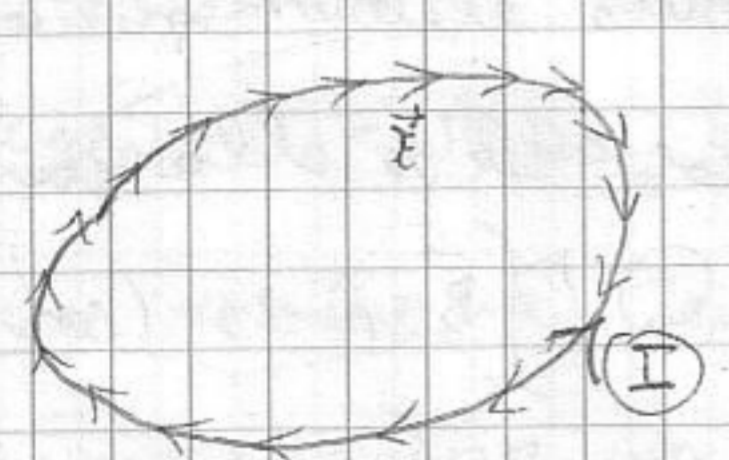
attraversano → nono conr. una superficie aperta S di n appoggi nel circuito rimp. al quale colloco  $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA$ ,  $\alpha$  sta circuito e sta I.

$\Phi = \alpha I$  →  $\Phi = L I$  → coeff. di d sta geometria circuito: COEFFICIENTE DI AUTO-INDUZIONE  
 minorato in Henry (caratteristica esclusiva della geometria del circuito, X I)

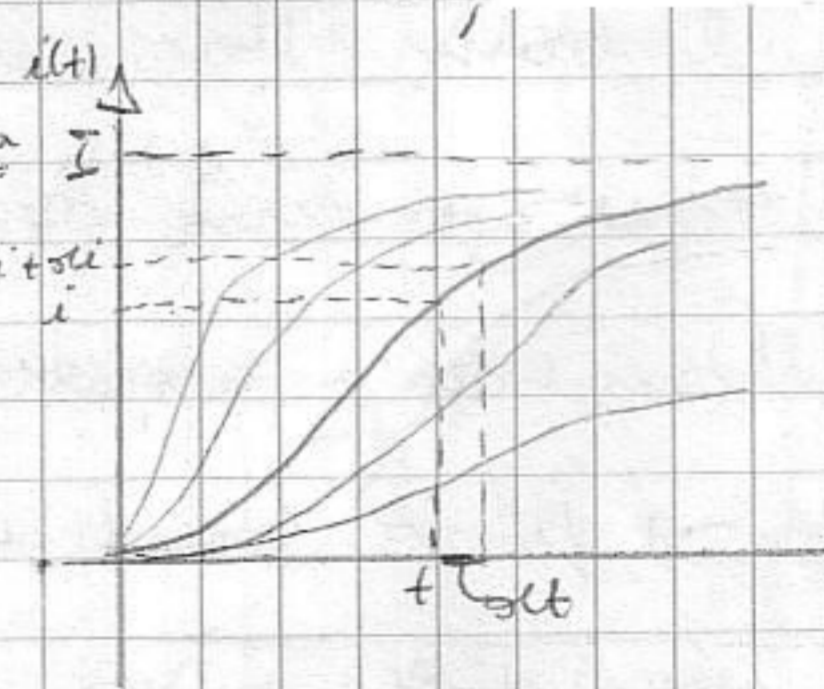
lega flusso autoconcatenato con I. / Prova a pensare circuito dove una far motore ma d'ora  $1 \Delta$  → ex. SUPERCONDUTTORE! Conduttore "perfetto" → materiale perf. frastolato opportunamente (se posso motore dentro I, questa si autorotazione)

Prima si portava a te liquido (4K) ora  $N_2$  liquido (80K).

Quanto sta pensare per motore  $1 \Delta$  (in un superconduttore) On volere  $\neq 0$ . Anche se non oppone resistenza (ex. effetto Joule) al passaggio se una I, occorre spendere una certa Energia. (e non passa istantaneamente a I).



Faraday dice che  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \Phi_{concatenato}$  col circuito. Se inizia a scorrere I,



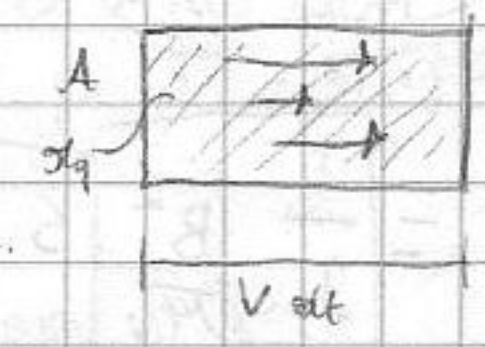
nello spazio si genera  $\vec{B}$  che  $\Phi$  e quindi anche  $\Phi \Rightarrow$  che  $\frac{d}{dt} \Phi > 0$  e non = 0. S. genera  $\vec{E}$  con oscillazione negativa  $\Rightarrow$  proiezione linea  $\vec{E}$  lungo il percorso chiuso  $\neq 0$  e di verso opposto a I. Nell'autoinduzione,  $\Phi = L I \Rightarrow \vec{E} = -L \frac{dI}{dt}$ , f.e.m. si oppone all' aumento i;

O rapidamente la parte a i (ma si oppone forte E) o a metà + tempo.

(40) X del materiale; circuito ha cioè di "inerzia", si oppone a var.

di carica. Per molti circuiti  $L \ll$ , per i circuiti tipo bobine non si può trascurare, a volte si vuole forte inerzia. Valeriano Em. necessaria a partire da  $\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -L \frac{di}{dt}$  per generare I massima. La circolazione del campo elettromotore ha le dimensioni di  $\text{V} \cdot \text{m}$  o  $\text{N/C} \cdot \text{m} \rightarrow \text{J/C}$

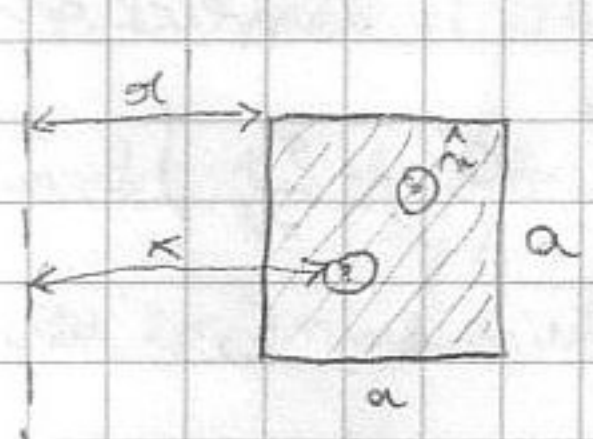
Cioè Energia x unità di carica. Supponiamo avere in III Quant'è l'Em. x for motore  $i$  e stata definita come  $\Phi(I)$ . Ex:  $\vec{J} = pV$ ,  $i = A_p V$



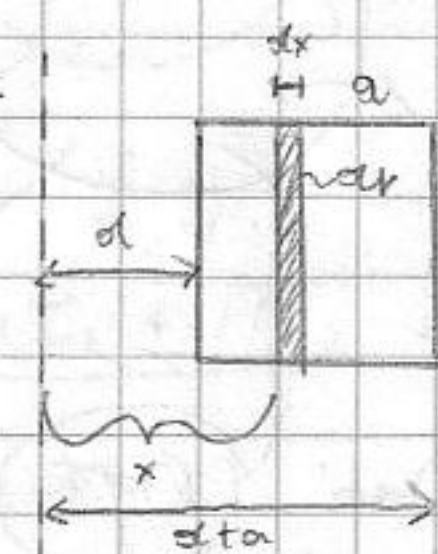
Se considero un dt vedo carica trasportata attraverso singola rotazione. [dq = carica contenuta];  $i = \frac{dq}{dt}$  (i varia lentamente). Dobbiamo trovare azione campo elettromotore. Quant'è il lavoro su singola carica per fare giro completo?  $\int \vec{E} \cdot d\vec{w} = dq \cdot L \frac{di}{dt}$  (E lavorato su segno), ci muoviamo da i a i + di  $\rightarrow$

in  $dq = i dt \rightarrow dW = L i di$ ; ho forza contro-elettromotrice [simile a condensatore  $dW = \frac{1}{2} q dq \rightarrow W_{el} = \frac{Q^2}{2C}$ ]  $\Rightarrow$  Energia x for circolari all'interno del circuito I.  $\frac{1}{2} L I^2$  direttamente relazionata a W.

Ex: calcolo BOBINE  $\rightarrow$  SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO. (partiamo da toroide)



(ragione a  $\pi$  int  $\rightarrow$  N spire) Sappiamo che  $\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$ . Se volessimo L dobbiamo volere  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  autocatenate con tutte le N spire. (qui colimate con  $\oint$  singola spira  $\cdot N$  [sono uguali, tutte equidistanti am]).  $\hat{n} \parallel \vec{B}$ , calcoliamo  $\int_{\text{spira}} \vec{B} \cdot \hat{n} ds =$

$= \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \int \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \ln \frac{a+d}{a}$ ; conviene prendere striscia spesso dx 

$\Rightarrow \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \int_a^{a+d} \frac{a dx}{x} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} a \ln \frac{a+d}{a}$   $\oint$  totale autocat. numero di  $\vec{B}$   $\rightarrow$  geometria solenoide

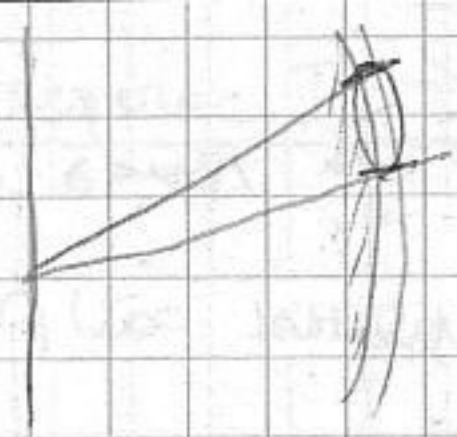
Catenate  $= \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{\sigma}\right) I$  ( $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ )  $\Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{\sigma}\right)$

(a ragione QUADRATA altrimenti non era semplice integrale)  $\rightarrow$   $\ln(1+x) \approx x$

(se avvolgo 100 spire in + ho L 10.000 volte superiore) Solenoide si usa x generare I max.

Per calcolare L per S.R. ipotizziamo  $a \ll \sigma \Rightarrow$  spira e a equidistanti. Per avere rotazione toro. Con questa appross.  $[\ln(1+x) \approx x]$

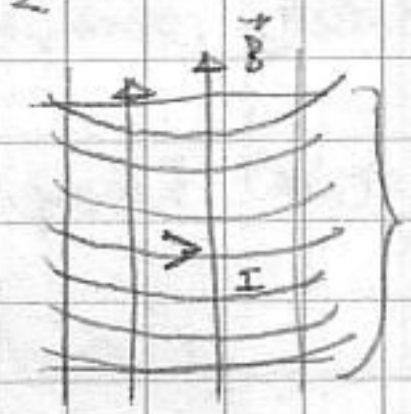
$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \frac{a}{\sigma} = \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2\pi \sigma}$   $\rightarrow$  lunghezza totale solenoide, mentre (41)



$\frac{N}{L} \int \vec{dl}$  è la DENSITÀ di corrente.  $L = \mu_0 \frac{N^2}{l} [a^2]$  area MP.  
 solenoide; mult. e ser. nel  $\rightarrow L = \mu_0 n^2 (S l) \rightarrow$  Vol. solen.

Prendi bobina con I (ex magrete superconduttore). Quanto E mag?  $\frac{1}{2} L I^2$ .

Prendi solenoide e copiamo  $E_m$ . O è I e  $B = \mu_0 n I$ ,  $L = \mu_0 n^2 S l$ .  
 $I = B / \mu_0 n \rightarrow E_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 (S l) B^2 / \mu_0^2 n^2 =$



$= \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S l$  (em. x generatore B in termini di B)  $\left[ W_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E} \rightarrow$  dens. en. elettrica

DENSITÀ di ENERGIA MAGNETICA:  $W_m = \frac{1}{2 \mu_0} \vec{B} \cdot \vec{B}$  (sig. generale). Se ho n  
 $\vec{E}$  che  $\vec{B}$  ho  $W_{TOT} = W_E + W_B$  (c'è ancora simmetria,  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  coesistono)

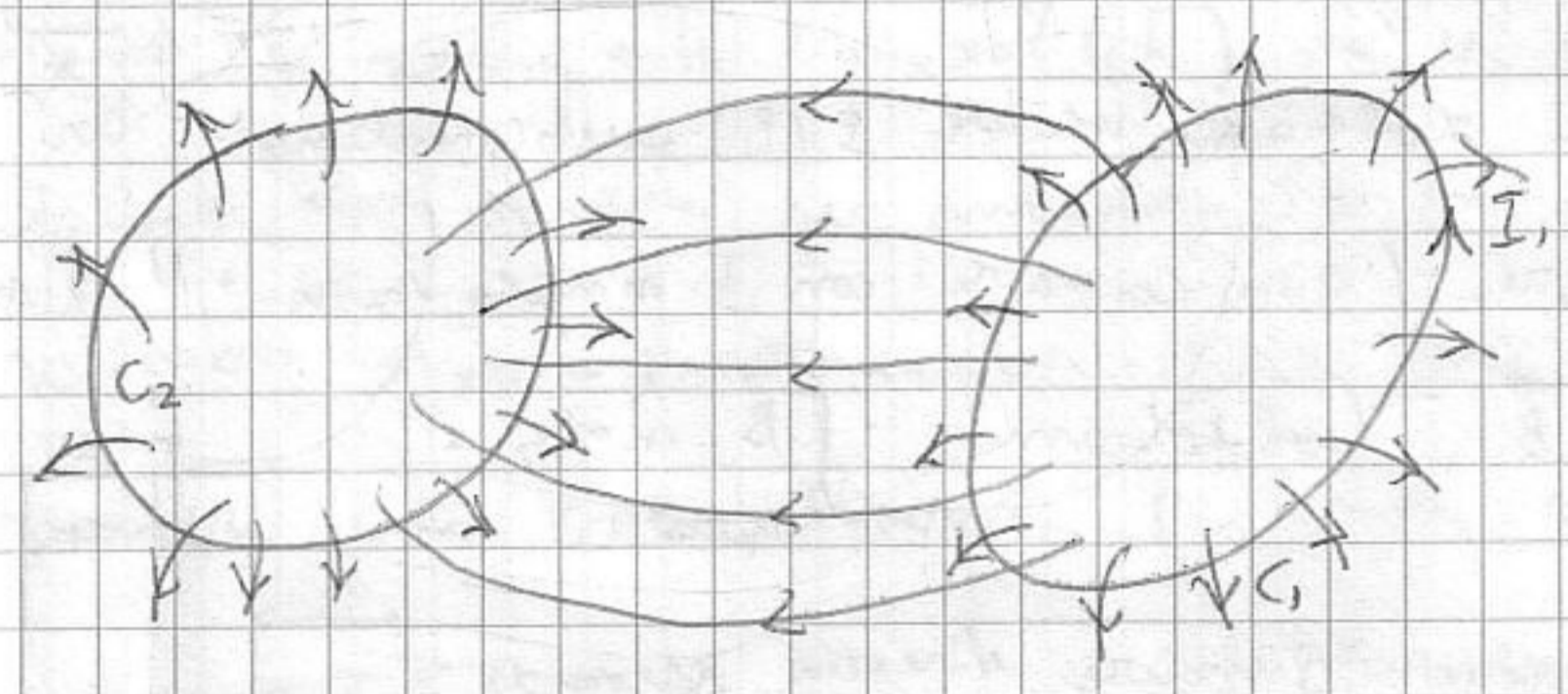
7-8-5 Accoppiamento tra 2 circuiti fisicamente separati - MUTUA INDUZIONE

Se i varia lentamente B di I. Se B è variabile linee di flusso variano nel tempo.

I campo elettromot non rotazionale che si oppone a i. generatore che fornisce

$E_m$  sufficiente a contrastare resistenza. Raggiunta mt. massima in superconduttore

il circuito con  $r = \infty$ . Ho 2 circuiti (linee geométriche, circuiti, ecc...). Specificiamo



Faraday  $\left[ \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_{S_C} \vec{B} \cdot \hat{n} dS \right]$

In la parte  $I_1$  continua.  $C_2$  è superconduttore dove non c'è generatore.

$B_1$  generata da  $C_1$  si estende nello spazio, anche in zona  $C_2$  (a piccolissime)

Dati  $(C_1, I_1) \rightarrow \vec{B}_1 \parallel (\alpha I_1)$  Calcoliamo  $\Phi_{21} = \int_{S_{C_2}} \vec{B}_1 \cdot \hat{n} dS$  (flusso concatenato con il 2° circuito generata da  $I_1$ )  $= \mu_{21} I_1$

Suppongo che in  $C_2$  scorra  $I_2$  che genera  $B_2$ . Posso calcolare  $\Phi_{12} = \int_{S_{C_1}} \vec{B}_2 \cdot \hat{n} dS$

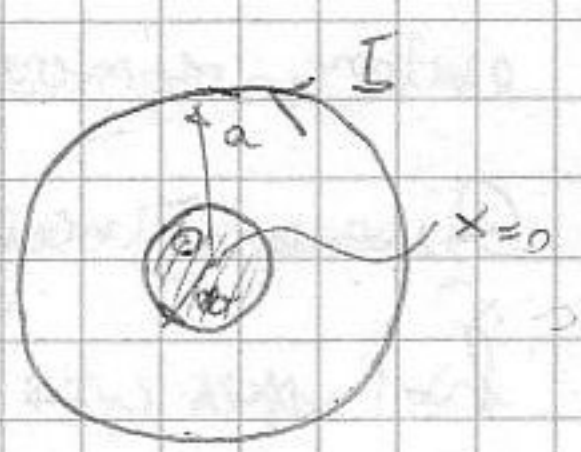
$\mu_{12} I_2$  (flusso concatenato con il 1° circuito generata da  $I_2$ )

$\mu_{21}$  e  $\mu_{12}$  sono i COEFFICIENTI di MUTUA INDUZIONE  $\rightarrow \mu_{12} = \mu_{21} = \mu$  - simmetria  
 i veri nei 2 circuiti, i coeff sono uguali

Es: spira circolare di raggio a (1° circuito), come 2° prendiamo

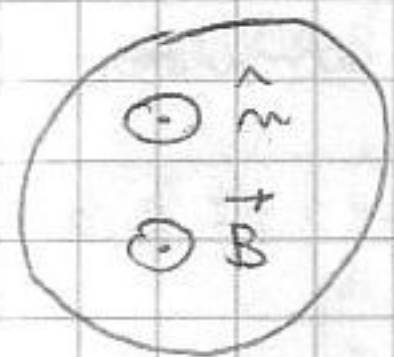
(42) altra spira coplanare e coassiale con raggio  $b \ll a$ . Giustezza

di due circuiti. Calcoliamo  $\Pi$  [che è solo da GEOMETRIA del sistema].  $\Pi$  è flusso / corrente, Finiamo verso la reciproca  $\rightarrow$  Magis  $\Pi$  DIPEDE già verso la reciproca (- L invece è sempre +). (ex. antisimmetrico). Approchiamo una delle 2



sef. ( $\Phi_2, \Phi_1$ ). (Sappiamo coltore  $\phi$  al centro). Siamo interessati a regione molto piccola pero am. Facciamo rotore I nella mira grande  $B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2+a^2)^{3/2}}$

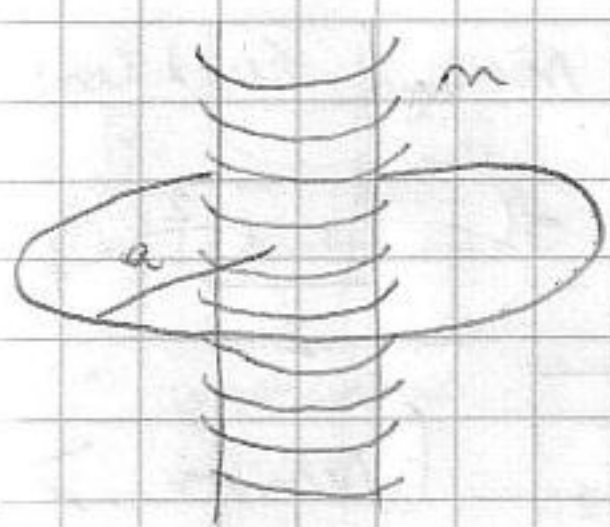
In  $x=0$ ,  $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$  Ora coltore  $\vec{B}$  [  $\vec{B}$  è inante;  $\hat{n}$  è "converso", quindi  $\Phi$  è positivo; con altro verso era negativo ]



$$\Phi \approx B \cdot \vec{n} \cdot \vec{a}^2 = \frac{\mu_0 I}{2a} \vec{n} \cdot \vec{a}^2$$

Dividendo per I,  $\Pi = \frac{\Phi}{I} \approx \frac{\mu_0 \vec{n} \cdot \vec{a}^2}{2a}$

Ex: Piccola mira circolare coassiale ad un solenoide rett. lungo indefinito con



m mira. Calcolare  $|\Pi|$

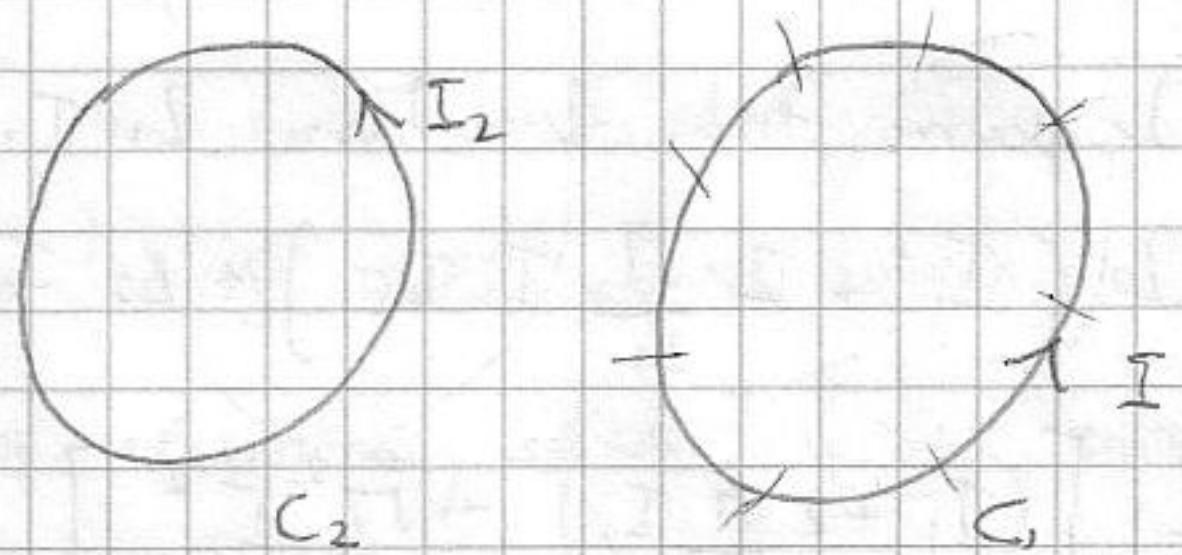
$$B = \frac{\mu_0 m I a}{2}$$

A che servono i  $\Pi$ ? Servono sempre 2 circuiti

Sia nel 1 che nel 2 servono 2 correnti. In tutto lo spazio ho sempre delle B. Voglio

$\Phi_1$  e  $\Phi_2$ . Supponiamo  $I_2 = 0$ .  $\Phi_1 = L_1 I_1$

(flusso autocatenato).  $\Phi_2 = \Pi I_2$



Se invece  $I_1 = 0$  ho  $\Pi I_2$  e  $L_2 I_2$ . Quindi normalando ho  $\Phi_1 = L_1 I_1 + \Pi I_2$  e

$\Phi_2 = \Pi I_1 + L_2 I_2$ . Sit. in cond. stazionarie. Sistema lineare.

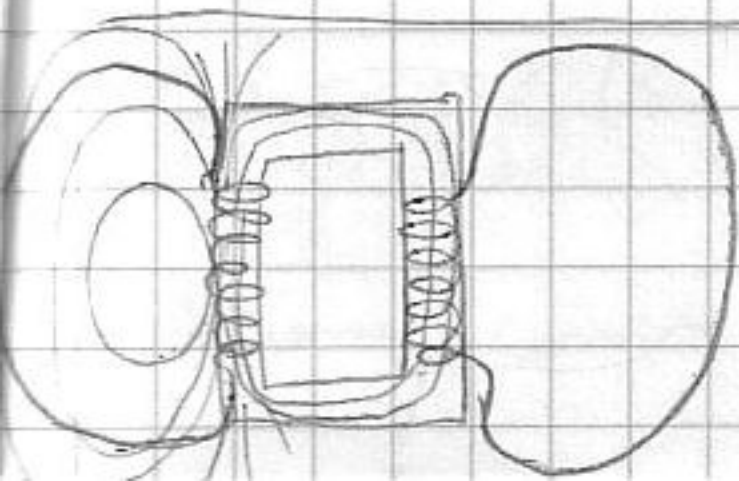
Se I variano, anche i flussi variano nel tempo  $\rightarrow$  nasce campo elettromotore

indotto. Se  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$  sono quasi stazionarie [ variazioni lente, ogni

stante ho I staz ].  $\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - L_1 \frac{di_1}{dt} - \Pi \frac{di_2}{dt}$  ;  $\oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} =$

$-\frac{d\Phi_2}{dt} = - \Pi \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}$  , eq. usate x risolvere dinamica sistema

cont. accoppiati. Ex: Trasformatore

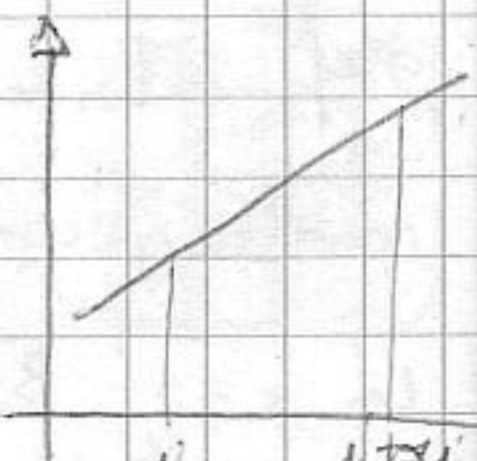


Linee  $\vec{B}$  inelutano i circuiti  $\rightarrow$  n genera f.e.m.

[Bobine avvolgono dentro a materiale ferromagnetico x

evitare sull'impedimento B].

Quanto è detto spendere x per muovere  $I_1$  e  $I_2$  / Se non fossero accoppiati ho per  $I_1 \rightarrow \frac{1}{2} L_1 I_1^2$ , per  $I_2 \rightarrow \frac{1}{2} L_2 I_2^2$ . E' ora la somma delle E + una certa q. d. della mutua induttanza. Vediamo le 2 eq.  $\vec{E} = - \dot{\vec{A}} \times$  per muovere 1Q in 1 giro completo, stesso per B. Nel tempo  $dt$ ,



in ogni istante di  $t$  si muove una  $dq$ ,  $\vec{E} = - \dot{\vec{A}} \times$ , stesso valore  $\vec{E}$ , detto fornire in energia per volume  $= -dq \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = [dq \cdot \vec{E} \cdot \vec{l}]$



$\vec{E}$  per far muovere la carica  $\int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = dW_1$  - energia a compiere  $d$  per avanzare  $I$  da  $i_1$  a  $i_1 + di_1$ .  $dW_1 = L_1 (dq) \frac{di_1}{dt} + M (dq) \frac{di_2}{dt} =$

$= L_1 i_1 di_1 + M i_1 di_2$ , analogamente,  $dW_2 = L_2 i_2 di_2 + M i_2 di_1$

x volume i detto volume auto e mutua induttanza. L' E' ora la somma dei 2 contributi

$$dW = L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 + M (i_1 di_2 + i_2 di_1) = d \left[ \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2 \right] \rightarrow \boxed{W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + 2M I_1 I_2} \quad (\text{sempre } > 0)$$

sempre sempre quadrato, se fosse  $\leq 0$  sarebbe piano montano  $\rightarrow I \infty$

legame tra L e M.  $L_1 I_1^2 + L_2 I_2^2 + 2M I_1 I_2 > 0 \quad \forall I_1, I_2$

$L_1 \left( I_1^2 + 2 \frac{M}{L_1} I_1 I_2 \right) + L_2 I_2^2$ ; aggiungo e tolgo quasi su  $\frac{M I_2}{L_1} \rightarrow$  ho

$$L_1 \left[ \left( I_1 + 2 \frac{M}{L_1} I_2 \right)^2 - \frac{M^2 I_2^2}{L_1^2} \right] + L_2 I_2^2 = L_1 \left( I_1 + 2 \frac{M}{L_1} I_2 \right)^2 + \left( L_2 - \frac{M^2}{L_1} \right) I_2^2 > 0$$

Deve essere valida  $\forall I_1, I_2$ .  $L_2 - \frac{M^2}{L_1}$  deve essere sempre  $> 0 \Rightarrow$  necessariamente

che  $L_2 L_1 \geq M^2 \rightarrow \boxed{|M| \leq \sqrt{L_1 L_2}}$   $\rightarrow$  stati 2 circuiti con  $L_1$  e  $L_2$ , conq

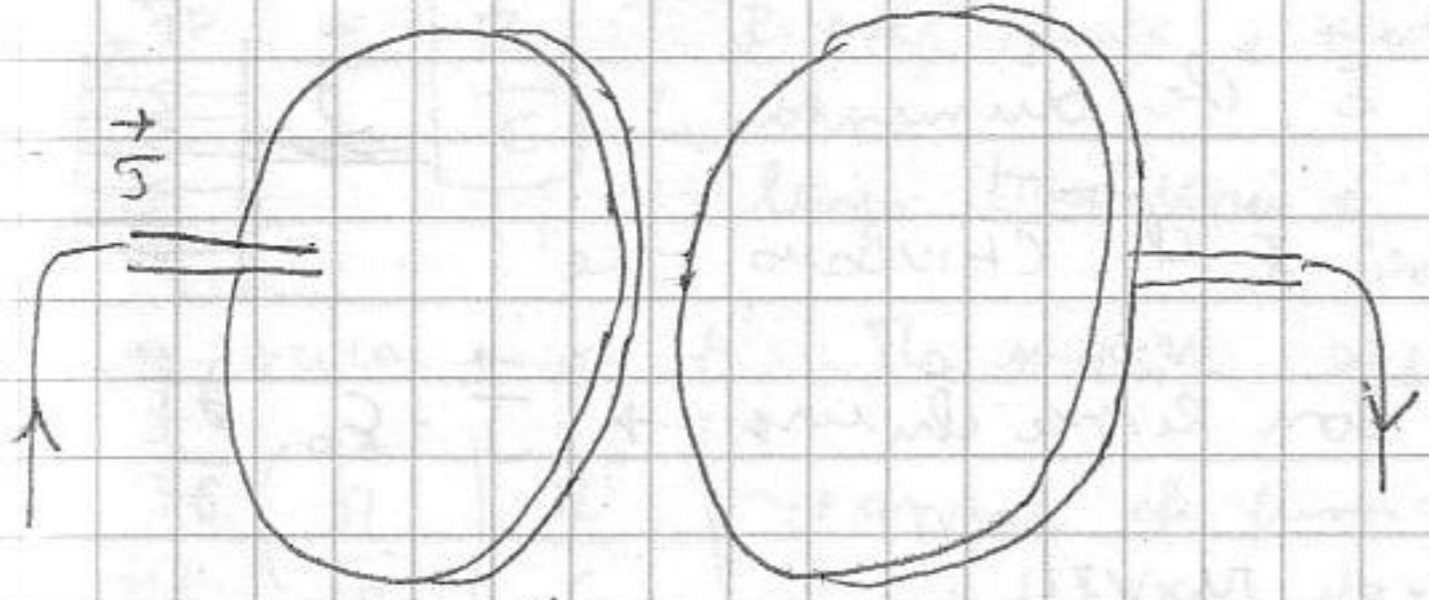
li' ritorna nello spazio e simultaneamente M e' / sta errore  $\leq$  della media geometrica di  $L_1$  e  $L_2$  (soluzione unicamente a Faraday).  $\int$  lim. sup. dell' a:

Coppiamenti.

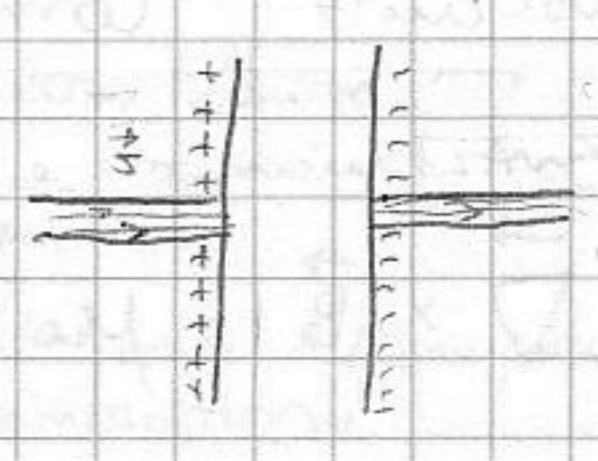
08-6-2005

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$   $\rightarrow$  non funziona sempre (in fenomeni non stazionari)  
 $\vec{E} = - \nabla \phi - \dot{\vec{A}}$   $\rightarrow$  ci vorrebbe una  $\vec{E}$  x simmetria.  
 legati ai rit. m. mag.

(44) Conn. in condensatore che si sta caricando



C'è una i con linee dentro ai cavi  
 [V apparato elettrico I condensatore]  
 Situazione compatibile con Maxwell C'è  
 problema: linee



gli forze di  $\vec{J}$  sono INTERRUTE c'è il vuoto. Cariche rimangono in condensatore,  $\Delta$  cosa che  $\nabla \cdot \vec{J} \neq 0$ ;  $\vec{J}$  non è

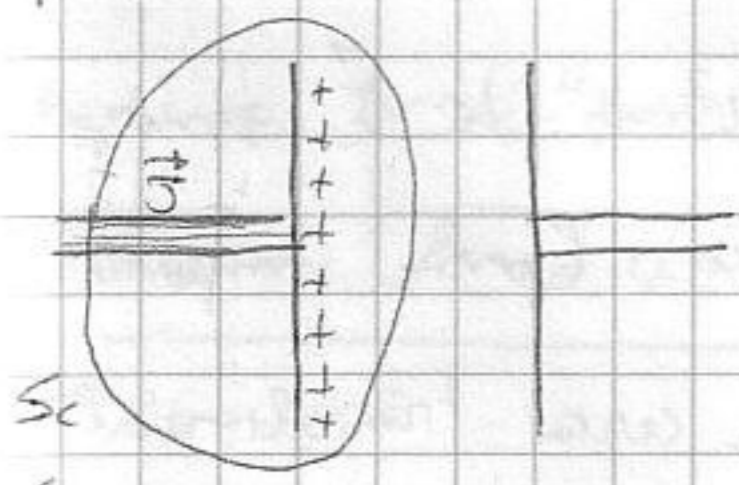
più solenoidale  $\rightarrow$  esistenza SPERIMENTALE.  $\nabla \cdot \vec{J} \sim \nabla \cdot (\nabla \times \vec{B})$  (esempio  $\vec{J} \propto \nabla \times \vec{B}$ ) ha  $\text{div rot} = 0$  [Prendi  $\vec{B}$  qualunque, calcoliamo il rotore.

$$\text{rot } \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{x} \left( \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left( \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right)$$

la div. di ciò è  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) =$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 B_z}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial z \partial y} \quad (\text{tutte le derivate si cancellano}) = 0$$

$\nabla \cdot$  qualcosa di  $\perp$  a  $\nabla$  esente  $\text{div} = 0$ . Legge di Ampère si dice che  $\vec{J}$  ha linee chiuse, e quindi va solo in caso stazionario. Durante la carica legge non vale, quando ha raggiunto q finale legge deve valere  $\Rightarrow I$  deve essere 0. Scorre prima una  $z$  variabile (di carica del cond.). Im. cond. non stat.,  $\nabla \cdot \vec{J}$



a cosa deve essere legata?  $\Delta \rho$  dall'eq. di continuità.

[ricordati princ. cons. q. elettrica;  $\rho$  di  $\vec{J}$  in  $S_c$ ; entrano cariche che non entrano  $\rightarrow$  aumentano cariche su armatura]

$\oint_{S_c} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = - \frac{dQ_{\text{int}}}{dt}$  Im forma locale  $\nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$   $\rightarrow$  RISPETTA questa [PRIN. CONS. q. ELETTR.]

Situazione fisica. [Sep. Chim. dove Q aumenta [  $\phi$  crescente e negat. v ]]. Pen: abbiamo compatibile ① e MAXWELL.

Faraday dice  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$  Devo scrivere  $\text{rot } \vec{B} / \propto \mu_0 [\vec{J}'] \rightarrow$  SOSTITUISCE

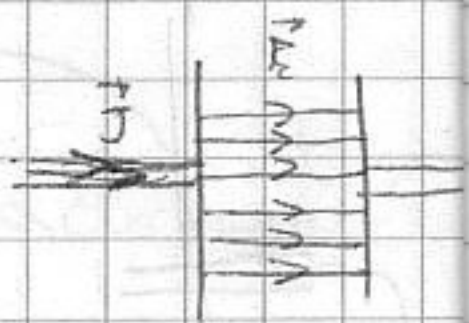
Stesso eq. cont.  $\nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$ . Ho legge di Gauss che vale anche in cond.

non stat [  $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  ]. Ricordiamo  $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} \rightarrow$  dentro eq. cont.

$$\nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}) \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = - \nabla \cdot \left[ \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right]; \nabla \cdot \left[ \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] = 0$$

Debbiamo campo con le elm. di una  $\vec{J}'$  a cui  $\text{div} = 0 \Rightarrow$  SOSTITUISCE.

Tomiamo a cost. Durante carica c'è  $\vec{E}$  che aumenta



$\Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \neq 0$  Sono proprio le linee di  $\vec{E}$  che chiudono le

circuiti, complessivamente ho campo con linee chiuse  $\rightarrow \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Sostituiamo e abbiamo l'eq. finale di MAXWELL:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{\mu_0 \epsilon_0}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Tutte le leggi della fisica classica si rivedono:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\rightarrow \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ costante verificata
$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\rightarrow$ ci interessa l'azione dei campi, ma i campi stessi!

$\rightarrow$  rimane sempre lo stesso

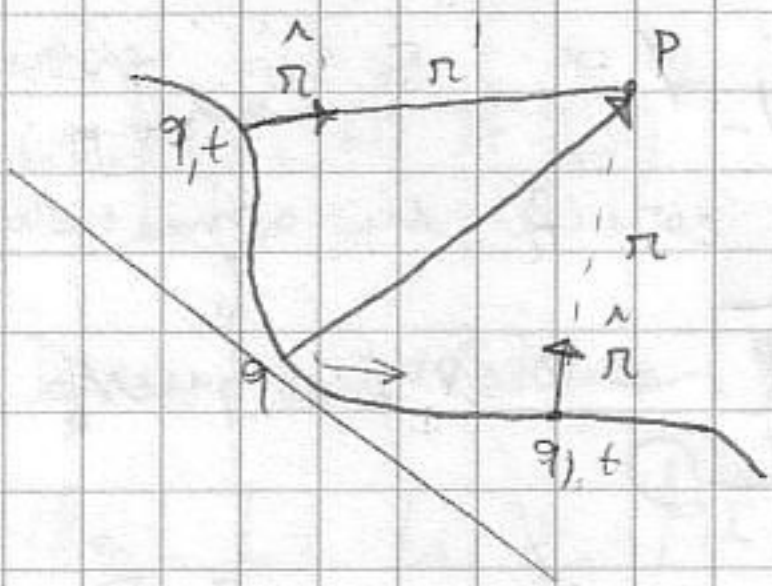
$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$   $\rightarrow$  possiamo ricavare leggi su moto particelle

$\rightarrow \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = \vec{F}$  dove  $\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  e infine  $F_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$

C'è una generalizzazione che ha sempre lo stesso valore; l'unica vera costante fondamentale, la velocità della luce,  $c$ .

H

Esistano particelle che seguono legge di Coulomb;  $\vec{E} = k_0 q \frac{\hat{r}}{r^2}$ , la  $\vec{E}$  generata



da  $q$  non vale + se carica si muove. Come importante problema  $m$   $q$  si muove lungo una certa traiettoria.

Si parte da  $0$  su  $x$ . Partiamo ad ex. moto rettilineo uniforme. Come risolvere  $\vec{B}$  di  $q$  di moto qualunque senza

MAXWELL  $\rightarrow$  le formule di FEYNSMAN. Tutte cariche della materia vibrano.

Legge Coulomb non fa riferimento a tempo. Se  $q$  si muove,  $\vec{E}$  risultante non sarà stazionario. Ad ex.  $q$  int. con distanza  $r$ . Un "oggetto" non può superare  $c$ .  $\vec{E}$  propagato è quello di un istante precedente  $t'$ .  $[x=r, \frac{r}{c}]$

Se  $c = \infty$  allora corrispondente a valore Coulomb [trasferimento istantaneo  $q$ ]

Occorre un certo tempo affinché informazione arrivi a  $P$ . Dato risultare nel tempo

(46) fino a quel punto  $t$  trascorso da  $t'$  a  $t$  è  $=$  al  $t$ . che è "l'info" sta

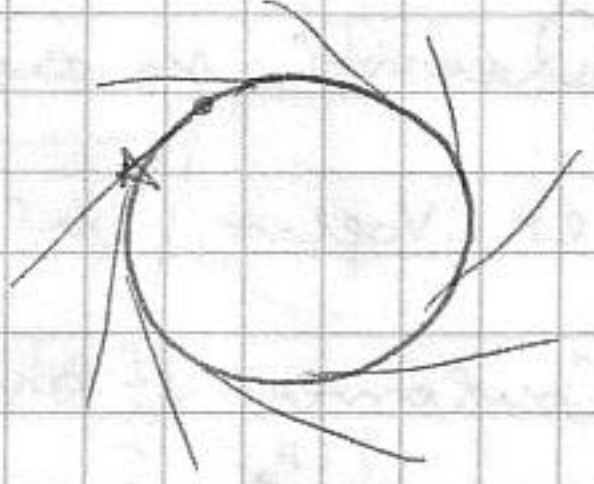
$f$  a P =  $\frac{\vec{r}'}{c}$ ;  $\vec{E}$  nel punto e' dato da  $k_0 q \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right)$  [devo conoscere moto lungo traiettoria e  $\vec{r}'(t)$ ] in 1' approx.  $\vec{E}$  sarebbe quello in

P se carica e' in  $t'$ . Ma si deve approssimare in termini approssimati  $\rightarrow$  Taylor:  $t + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) \frac{\vec{r}'}{c}$   $\rightarrow$  approx. di funzione x moti "regolari" + altro termine  $\rightarrow$

$+ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{r}'}{\partial t^2}$ ;  $\vec{B}$  e' locale:  $c\vec{B} = \hat{r}' \times \vec{E}$  [1. FEYNSMAN]  $\rightarrow$  approssimazione x principio minorazione  $\rightarrow$  nel eq. Maxwell

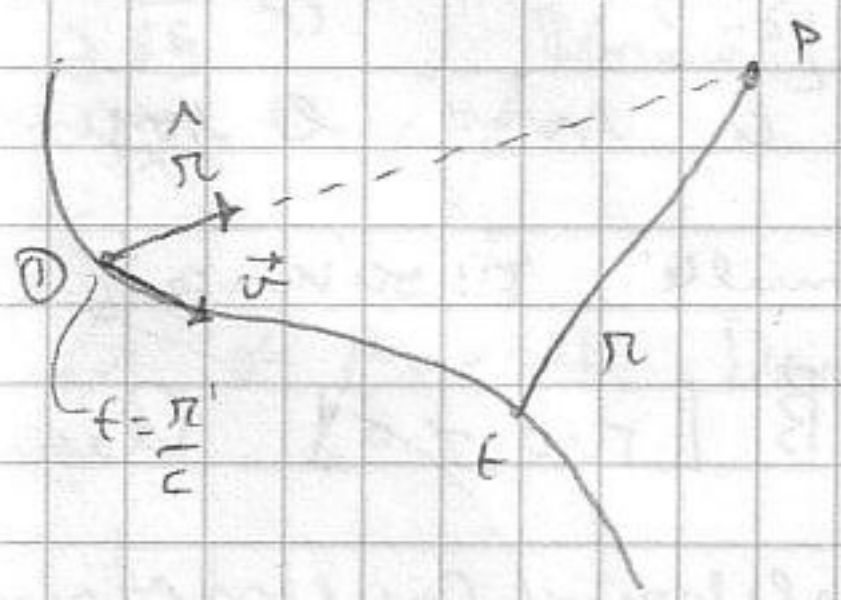
$$\begin{cases} \vec{E} = k_0 q \left[ \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) + \frac{r'}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{r}'}{\partial t^2} \right] \\ c\vec{B} = \hat{r}' \times \vec{E} \end{cases}$$

$\Delta \vec{E}$  occorre in tempo per raggiungere q con t d c. Non vanno trascurare questi effetti quando le distanze sono elevate. Ex: campo irradiato dal satellite e ricevuto in Terra. A questo si fanno 2 termini di  $\vec{E} \rightarrow 0$  e 3) ma se q accelera ha campo che va a 0 come  $\frac{1}{r}$  e non  $\frac{1}{r^2}$ ; c'è  $\vec{E}$  proporzionale x q moltiplicato  $\Rightarrow$  vediamo luce stelle stelle grazie a 3). "Sincrotroni": fascio di elettroni costretti a ruotare di m. (r.c. lungo un'orbita).



Emissioni molto accelerate (come 3), in forma radiante  $\rightarrow$  luce come "lavori" emessa tangenzialmente. Ci sono radiazioni lungo l'arc. che raccolgono  $\vec{E}$  degli elettroni. [ex. monitoraggio EC]

09-6-2005

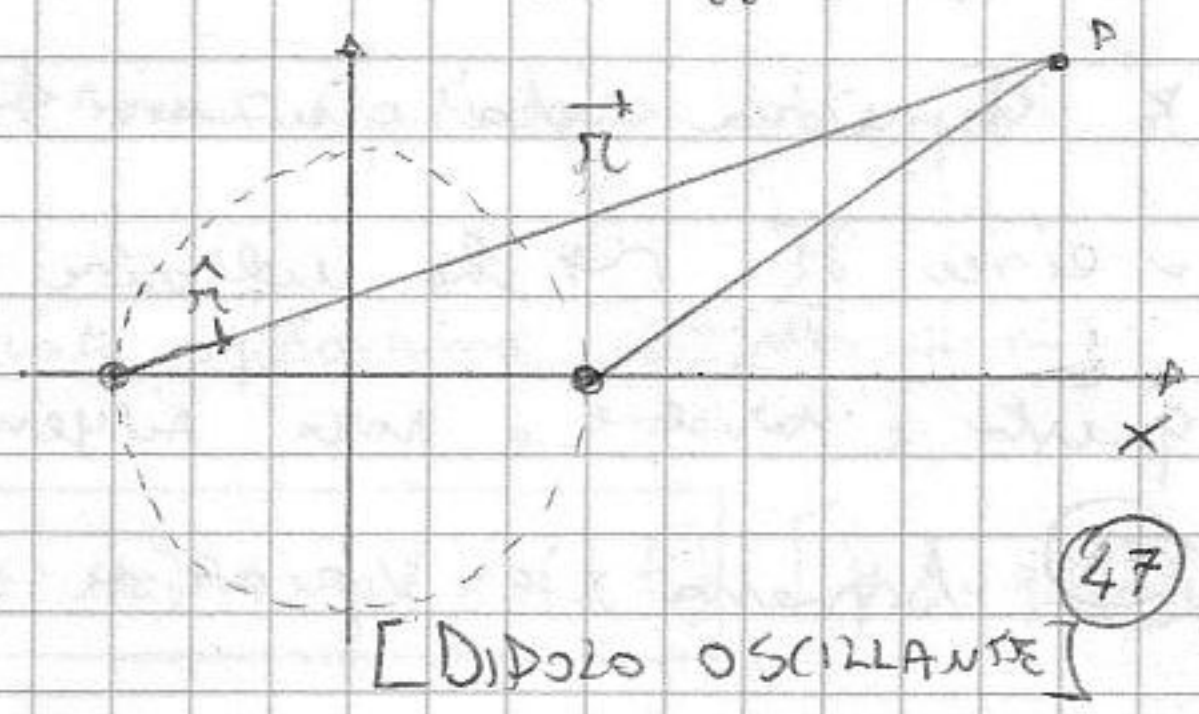


$$\vec{E} = k_0 q \left[ \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) + \frac{r'}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\hat{r}'}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{r}'}{\partial t^2} \right] \text{ insieme}$$

a  $c\vec{B} = \hat{r}' \times \vec{E}$  ho  $\vec{B}$  e  $\vec{E}$  su q in moto orbitario.

Parliamo indietro nel tempo fino a  $\hat{r}'$ . Campo in P = a quello se carica fosse in O. Il tempo della radiazione luminosa e' quello della sorgente. (gli effetti primari sono grandezze "ritardate" - 1) e 2).

Ex: Carica in moto armonico lungo una direzione / o in un'oscillazione confinata in regione finita di spazio. Sia P a grande



[DIPOLLO OSCILLANTE] (47)



distanza da sorgente. I potenziali sono costanti pari a  $1/r$

A grande  $r$  i primi 2 termini si trascurano.  $\vec{E} \approx \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{\pi}}{dt^2}$

dove  $\vec{\pi}$  è vettore delle pos. sferiche sorgente.

Derivata su  $\vec{\pi}$ ;  $\hat{\pi} = \frac{\vec{\pi}}{r}$ .  $\vec{\pi}$  è costante,  $\hat{\pi}$

definito per carica.  $\vec{\pi}' = \vec{\pi} - \vec{\pi}_r \approx (1 - \frac{v}{c}) \vec{\pi}$

appross. componiamo  $\vec{\pi}'$  con

$\vec{\pi}$ , (troviamo rotta)  $\approx \frac{1}{r} (\vec{\pi} - \vec{\pi}_r) = \hat{\pi} - \frac{\vec{\pi}_r}{r}$

Comerla solo  $\vec{\pi}_r$ , quindi  $\frac{d^2 \vec{\pi}_r}{dt^2} = -\frac{1}{r} \frac{d^2 \vec{\pi}_r}{dt^2}$  accelerazione della carica  $\rightarrow$  completa a istante successivo

$\vec{E} \approx -k_0 \frac{q}{c^2} \frac{1}{r} \frac{d^2 \vec{\pi}_r}{dt^2}$   $\rightarrow$  Campo elettrico che varia come  $1/r$

(prim. funz. antenne - ex. campo generato da sorgente in moto accelerato)  
 Campo elettromagnetico legato ad accelerazioni precedenti,  $\vec{E}$  non si trasmette a  $V \rightarrow \infty$ , ma a  $V = c$ , ci mette tempo a raggiungere osservatore.

Perché non lavorare in Feynmann? Troppo complesso x termini su sferico.

Quindi si usa Maxwell che sono eq. differenziali; si sa come che se si es. vuol calcolare  $\vec{E}$  vicino al dipolo (con  $q$  non troppo veloce) uno

Coulomb e applica Maxwell:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Ma si ponga fuori dalla carica. In  $\square$   $\vec{j} = \vec{I} = 0$ . Quindi le

eq. su  $r \Delta x$  diventano  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ ,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  fuori

da sorgente.  $\vec{I}$  non non NULLE per eq. 1. Si. Non ci sono le sorgenti, ma matematicamente i campi non x forza sono nulli.  $\vec{E}$  si vanta

potenziale con il rotore  $\neq 0$   $[-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}]$ ; lo stesso per  $\vec{B}$  [rot  $\neq 0$ ]. Questo

facile mostrare carica localmente genera campo elettrico Coulombiano

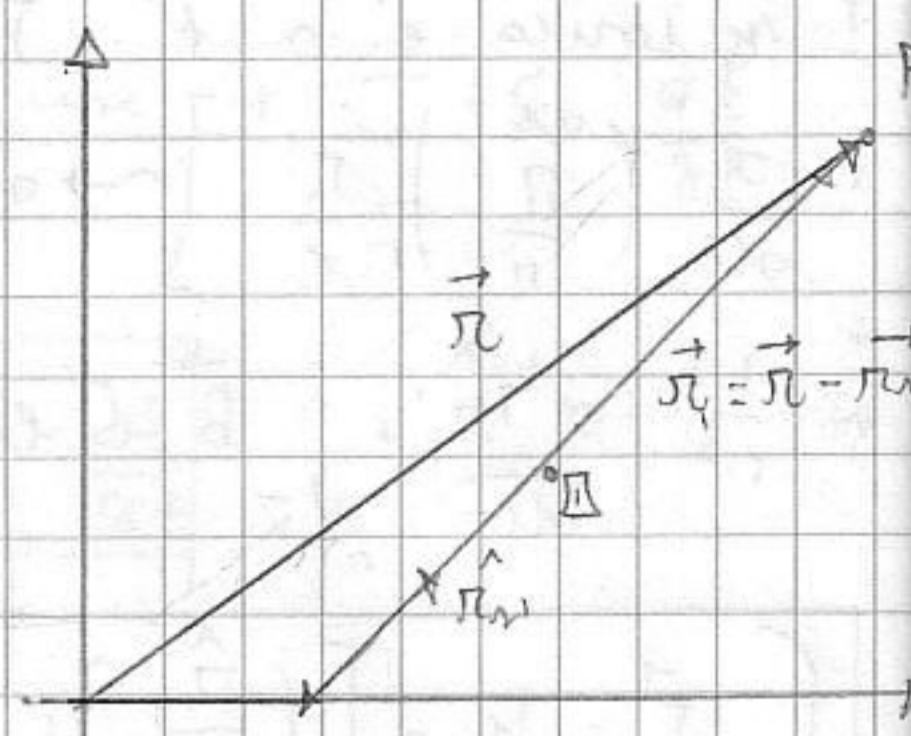
che non varia nel tempo.  $\rightarrow$   $\vec{I}$  termine sorgente di  $\vec{B}$  con linee chiuse.

$\vec{E}$  che varia non quindi sorgente di  $\vec{B}$  con linee di campo aperte

e linee  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ .  $\rightarrow$  ha ulteriore termine sorgente di  $\vec{E}$  con linee avvolte; anch

questa è variabile e non sorgente, e così via.  $\vec{I}$  qualche che si autorotazione

(48) Appena c'è variazione locale come si autorotazione e fanno si che



Campo n'è costante. Però ci vuole un po' di tempo [1/c]

Max. non eq. evolutive; c'è d'una costante situazione in t



no n'è in t+alt. Sono le variazioni temporali a generare campo elettromagn.

[Sol. EQ. MAXWELL; ESEMPIO]

$\vec{E} \times$  quindi  $\phi(x, y, z)$  e in: tutti i campi dipendono da 1 coord. spaziale

e una temporale:  $[\vec{E}(x, t), \vec{B}(x, t)]$  Espliciti

triamo eq. MAXWELL in questo n'rt. rif.

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} = \hat{i} \partial_x ; \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

Campo lungo x è costante. Dunque  $E_x = 0$

(non mi interessa eventuale C)  $\Rightarrow \vec{E} = E_y(x, t) \hat{j} + E_z(x, t) \hat{k}$  non da

info. (dip. da n'rt. rif.). Stesso per  $\vec{B}$ :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 ; \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0 \rightarrow B_x = 0 \Rightarrow$

$$\vec{B} = B_y(x, t) \hat{j} + B_z(x, t) \hat{k} \quad [\text{una volta deciso dir. } \vec{E} \text{ non posso togliere altro}]$$

Sicur. n'ra variabile  $\vec{B}$  è  $\perp$  a dir. propag. Partiamo ai rotori:  $\vec{\nabla} \times \vec{B} =$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial B_z}{\partial x} \hat{j} + \frac{\partial B_y}{\partial x} \hat{k} ; -\frac{\partial B_z}{\partial x} \hat{j} + \frac{\partial B_y}{\partial x} \hat{k} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \hat{j}$$

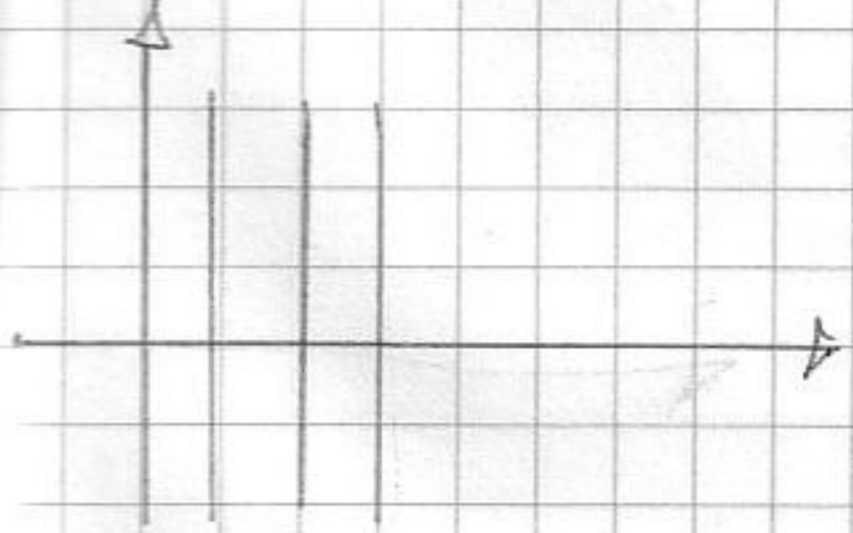
ottengo che  $\frac{\partial B_y}{\partial x} = 0 \rightarrow$  component di  $B$  imp. ay non varia  $\rightarrow B_y = 0$ . Per un'ora

compatibili,  $\vec{E}$  è diretto lungo y,  $B$  lungo z

$$\begin{cases} \vec{E} = E_y(x, t) \hat{j} \\ \vec{B} = B_z(x, t) \hat{k} \end{cases} \quad \text{e} \quad -\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{k} ; \quad [\text{fascia}]: \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{k} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \hat{k} \rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \text{Un'altra volta}$$

le eq. di MAXWELL. Deriv. spat B è legata a der. temp. di  $\vec{E}$  e viceversa.



Effettivamente  $\exists$  "fascio" propagazione. Risol:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad [\text{der. 1' imp. a t, der. 2' imp. a m.}]$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} \rightarrow \text{nono} = (\text{schu}) \Rightarrow \text{ottengo}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

[aumentando ordine derivata possiamo informazioni]

già n'è conosci nel generale:  $E_y(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad [V f = g] \quad (49)$

Prendiamo  $f(x-ct)$ . In  $t=0$  ho  $f(x)$

Prendiamo  $t = t > 0$ ;  $f(x-ct) \rightarrow f(x)$  traslate verso  
dx di  $ct$ . Al variare del tempo  $f$  varia con  $v=c$ .

Prendiamo  $g(x+ct)$ . Si muove verso dx. In generale

lo sol.  $c$   $\pm$  componente verso dx [ONDA PROGRESSIVA]

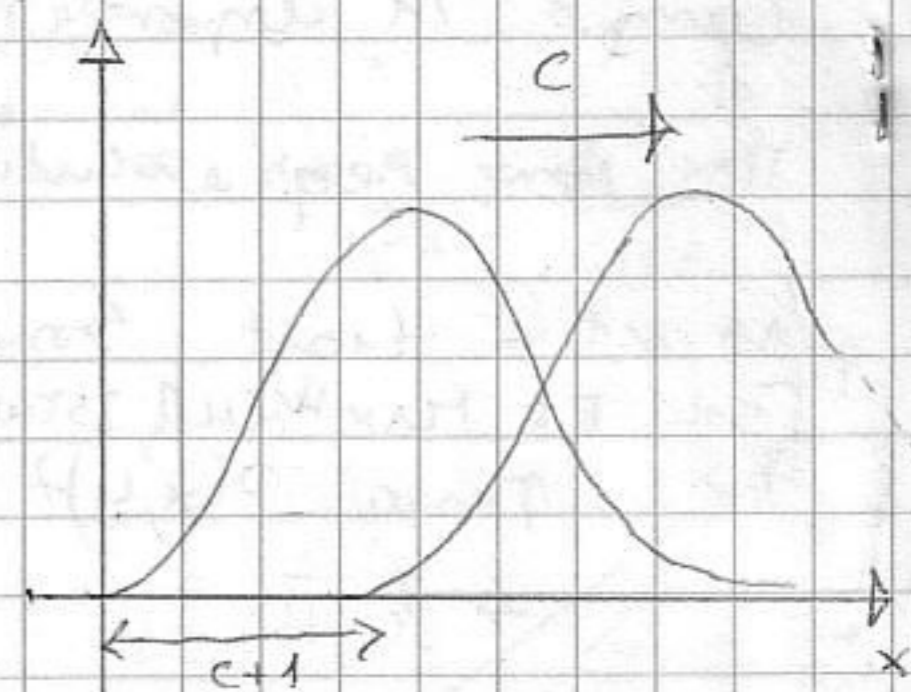
una verso  $x$  [ONDA REGRESSIVA]. Anche  $\vec{B}$  mostra quel tipo di eq:

$$\vec{B}_z(x,t) = f(x-ct) - g(x+ct)$$

(questo non è il caso di  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  in un campo elettromagnetico lo vedo come  
onda piana). Se ho un polo ho ONDE SFERICHE (in giro non a fronte di

nona prendo N.M. rif. locale / campo si comporta come onda piana). E'

ciò che accade ad. ex. satellite GPS.



FINE CORSO - 9/6/05