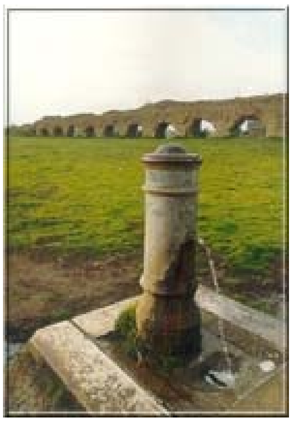
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Oggetto	***Esercitazioni svolte***
Corso	***INFRASTRUTTURE IDRAULICHE (II MODULO)***
Docente	***Prof.ssa Elena Volpi***



Software usati:
- OpenOffice Calc 2.0.3 *(stesura testo, calcoli, tabelle, grafici)*
- OpenOffice Writer 2.0.3 *(copertina)*
- Maple 9.5 *(calcoli avanzati)*
- PhotoFiltre 6.2.5 *(elaborazione immagini)*

Studente	***Campolese Mattia***

Anno	***2005 / 2006***

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°1

Dimensionamento della platea di una traversa fluviale fissa

In un canale rettangolare molto lungo, avente larghezza assegnata b e pendenza assegnata i, defluisce una portata Q data. Il canale è interrotto da una traversa sagomata secondo il profilo Creager-Scimemi. Supponendo che immediatamente a valle della struttura si stabilisca l'altezza di moto uniforme, determinare la minima altezza a della vasca di dissipazione affinché il risalto, che si forma a valle dello scivolo, sia contenuto nella vasca di dissipazione. Si calcoli inoltre la lunghezza della platea, adottando un coefficiente di sicurezza pari a 1.5.

Dati	
Larghezza del canale b [m]	23
Pendenza del canale i	$0,001$
Portata Q [m^3/s]	101
Coefficiente di Strickler c	65
Coefficiente di sicurezza	$1,5$

Table 1: Caratteristiche del canale

Procedimento

A monte della soglia si instaura un profilo di rigurgito tale che il livello idrico h_0 sulla soglia sia quello necessario al transito sulla medesima della portata del canale, e ricavabile mediante l'equazione degli stramazzi a soglia larga:

$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} b h_0 \sqrt{2 g h_0} \tag{1}$$

Una volta ricavato il livello sulla soglia si conosce di conseguenza il carico totale della corrente sulla soglia H.

$$H = z_0 + h_0 + \frac{Q^2}{2g\left(b h_0\right)^2} \tag{2}$$

Nel determinare il carico totale si supponga per semplicità nota, e pari a $z_0 = 3$ m, l'altezza della soglia della traversa rispetto al fondo della platea (Figura 1), data dalla somma dell'altezza della soglia rispetto al terreno e dell'altezza del gradino a incognita.

Applicando il teorema di Bernoulli tra la sezione in corrispondenza della soglia sfiorante e la sezione al piede dello scivolo (sez. A), nell'ipotesi di perdite di carico nulle lungo lo stesso, si determina il tirante idrico h_A.

Il risalto deve avvenire a ridosso della traversa (sez. A). Esso sarà contenuto nel dissipatore se l'altezza h_B, corrispondente ad una sezione posta all'interno della vasca di dissipazione a valle del risalto (sez. B), è l'altezza coniugata di h_A. Affinché ciò avvenga deve essere rispettata la condizione di equilibrio delle spinte totali all'interno del volume di controllo costituito dalle due sezioni considerate A e B. Tale condizione si esprime mediante la seguente relazione:

$$\frac{1}{2}\gamma b h_A^2 + \rho\frac{Q^2}{b h_A} = \frac{1}{2}\gamma b h_B^2 + \rho\frac{Q^2}{b h_B} \tag{3}$$

Calcolato h_B, applicando nuovamente il teorema di Bernoulli tra la sezione B e la sezione C, situata a valle della struttura, si determina l'altezza a del gradino:

$$h_B + \frac{Q^2}{2g\left(b h_B\right)^2} = a + h_u + \frac{Q^2}{2g\left(b h_u\right)^2} \tag{4}$$

dove h_u rappresenta il livello idrico nella sezione C, nell'ipotesi che a partire da essa si stabilisca nuovamente il moto uniforme della corrente. Tale altezza può essere ricavata mediante l'applicazione della relazione di Chezy per moto uniforme assolutamente turbolento[1]:

$$Q = bh_u\chi\sqrt{Ri} \tag{5}$$

nella quale R è il raggio idraulico della corrente, i la pendenza del fondo del canale e χ il coefficiente di scabrezza che, adottando la formula di Strickler, è pari a $\chi = cR^{1/6}$.

La lunghezza della platea può essere calcolata valutando la lunghezza del risalto, che può essere espressa, per un alveo a sezione rettangolare, come circa 7 volte la differenza fra le altezze coniugate h_B e h_A, e adottando un opportuno coefficiente di sicurezza, pari a 1, 5:

$$L = 1,5 \cdot 7\,(h_B - h_A) \tag{6}$$

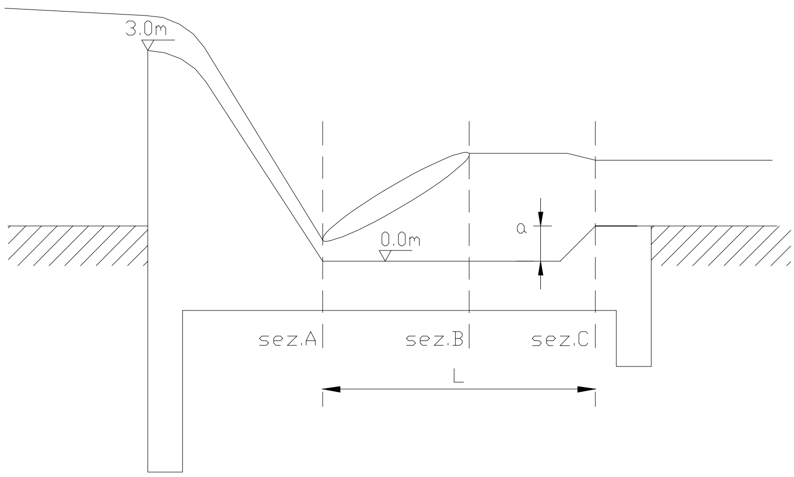


Figure 1: *Sezione longitudinale della traversa*

[1] *L'applicazione dell'equazione di Chezy conduce ad una formulazione implicita del problema. Per la soluzione è possibile adottare una procedura iterativa, quale ad esempio quella di Newton per la quale la soluzione dell'equazione* $f(h) = 0$ *si ottiene iterando la seguente formula risolutiva:*

$$h^{n+1} = h^n - \frac{f(h^n)}{\left[\frac{\partial f(h)}{\partial h}\right]_{h^n}}$$

In particolare nel caso dell'equazione di Chezy applicata ad una sezione rettangolare di base b si ha:

$$f(h) = (bh)^{5/3}c\frac{i^{1/2}}{(b+2h)^{2/3}} - Q = 0 \qquad \frac{\partial f(h)}{\partial h} = -\frac{4}{3}(bh)^{5/3}c\frac{i^{1/2}}{(b+2h)^{5/3}} + \frac{5}{3}(bh)^{2/3}bc\frac{i^{1/2}}{(b+2h)^{2/3}}$$

ESERCITAZIONE 1

Dimensionamento della platea di una traversa fluviale fissa

Dati:	*b [m]*	*i*	*Q [m³/s]*	*c*	*C. sic*	z_0 *[m]*
	23	0,001	101	65	1,5	3

b: larghezza del canale
i: pendenza del canale
Q: portata nel canale
c: coefficiente di Strickler
C.sic: coefficiente di sicurezza
z_0: altezza soglia traversa rispetto al fondo della platea

Si calcola l' altezza sopra la soglia della traversa che consente alla portata di tracimare tramite l'equazione degli stramazzi a bocca larga:

$$Q=\frac{2}{3\sqrt{3}}b\,h_0\sqrt{2g\,h_0}$$

101 = (2 / sqrt(3)) * 23 * h_0 * sqrt(2 * 9,81 * h_0)
h_0 = ((101 * 3 * sqrt(3)) / (2 * 23 * sqrt(2* 9,81))^(2/3)

$$\boxed{h_0 = 1{,}879 \text{ m}}$$

Si determina quindi il carico idraulico totale sulla soglia, fissando l'origine del sistema di riferimento (z=0) in corrispondenza del fondo della platea (ipotesi semplificativa che trascura l'altezza del gradino “a” incognita):

$$H_0=z_0+h_0+\frac{Q^2}{2g(b\,h_0)^2}$$

H_0 = 3 + 1,879 + (101^2 / (2 * 9,81 * (23 * 1,879)^2))

$$\boxed{H_0 = 5{,}16 \text{ m}}$$

Per calcolare il tirante idrico al piede dello scivolo si applica il teorema di Bernoulli tra la sezione in corrispondenza della soglia sfiorante e quella al piede dello scivolo (sez. A):

$$H_0=H_a=z_a+h_a+\frac{Q^2}{2g(b\,h_a)^2}$$

5,16 = 0 + h_a + (101^2 / (2 * 9,81 * (23 * h_a)^2))
(Za = 0 come da ipotesi precedente)

Output di Maple:

```
eq := 0 + ha + ( 101^2 / (2 * 9,81 * (23 * ha)^2 ) ) = 5,16;
```

$$eq := ha+\frac{10201}{18,42849\,ha^2}=5,16$$

```
eq2 := ((ha * 2 * 9.81) * (23 * ha)^2) + 101^2 = 5.16 * 2 * 9.81 * (23 *
ha)^2;
```

$$eq2 := 10378.98\,ha^3+10201=53555.5368\,ha^2$$

```
fsolve(eq2, ha);
```

$$-0.4196996670, 0.4571552540, 5.122544413$$

Scelgo il valore $h_a = 0{,}46$ m poichè il tirante non può avere valori negativi o maggiori di $z_0 = 3$ mt a valle della traversa.

$h_a = 0{,}46$ m

Per contenere il risalto all'interno del dissipatore si deve garantire che la spinta della corrente di valle sia sufficente ad adossare il risalto sulla traversa.
Si verifica l'equilibrio delle spinte totali all'interno del volume di controllo costituito dalle due sezioni A e B in fig. 1; va quindi determinata l'altezza coniugata di h_a, ovvero h_b:

$$S_A = \frac{1}{2}\gamma b h_a^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_a} = S_B = \frac{1}{2}\gamma b h_b^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_b}$$

Output di Maple:

```
equilibrio := (1/2 * g * b * ha^2) + (Q^2 / (b * ha)) = (1/2 * g * b *
hb^2) + (Q^2 / (b * hb));
```

$$equilibrio := \frac{1}{2} g\, b\, ha^2 + \frac{Q^2}{b\, ha} = \frac{1}{2} g\, b\, hb^2 + \frac{Q^2}{b\, hb}$$

```
eq := (0.5 * 9.81 * 23 * 0.46^2) + (101^2 / (23 * 0.46)) = (0.5 * 9.81 *
23 * hb^2) + (101^2 / (23 * hb));
```

$$eq := 988.0493478 = 112.815\, hb^2 + \frac{10201}{23\, hb}$$

```
solve(eq, hb);
```

$$-3.162479852, 0.4600000000, 2.702479852$$

La soluzione valida è hb = 2,7 m poichè il tirante non può avere valori negativi mentre hb = ha non è fisicamente accettabile.

$h_b = 2{,}7$ m

E' possibile ora determinare l'altezza “a” del gradino necessaria a contenere il risalto applicando ancora il teorema di Bernoulli, ora tra la sezione B e la C (a valle della struttura):

$$H_b = H_c = h_b + \frac{Q^2}{2g(b h_b)^2} = a + h_u + \frac{Q^2}{2g(b h_u)^2}$$

“h_u” è il livello idrico nella sezione C assumendo come valida l'ipotesi che a partire da questa si abbia di nuovo la condizione di moto uniforme della corrente. Quest'altezza si può ricavare applicando la relazione di Chezy per il moto uniforme assolutamente turbolento:

$$Q = b h_u \chi \sqrt{Ri}$$

nella quale R è il raggio idraulico della corrente e χ è il coefficiente di scabrezza è dato da:

$\chi = c\, R^{\frac{1}{6}}$ (formula di Strickler)

Poiché $R = \frac{\Omega}{C} = \frac{b\, h_u}{b + 2h_u}$ si ha una relazione implicita per hu.

Output di Maple:

```
chezy := Q = b * hu * chi * sqrt(R * i);
```

$$chezy := Q = b\ hu\ \chi \sqrt{R\ i}$$

```
R := (b * hu) / (b + 2*hu);
```

$$R := \frac{b\ hu}{b + 2\ hu}$$

```
chi := c * R^(1/6);
```

$$\chi := c \left(\frac{b\ hu}{b + 2\ hu} \right)^{(1/6)}$$

Assegno i valori:

```
c := 65; b := 23; i := 0.001; Q := 101;
```

$$c := 65$$

$$b := 23$$

$$i := 0.001$$

$$Q := 101$$

Calcolo hu:

```
fsolve(chezy, hu);
```

$$1.664527937$$

$h_u = 1{,}66$ m

Noto h_u ricavo a:

a = hb + (101^2 / (2 * 9,81 * (23 * hb)^2))) – hu - (101^2 / (2 * 9,81 * (23 * hu)^2)))
a = 2,7 + (101^2 / (2 * 9,81 * (23 *2,7)^2))) – 1,66 - (101^2 / (2 * 9,81 * (23 * 1,66)^2)))

a = 0,82 m

(conviene adottare un franco di sicurezza incrementando in fase di progetto il valore di a)

E' possibile ora calcolare la lunghezza della platea “L” per contenere il risalto. Per un alveo a sezione rettangolare è possibile esprimere questo valore come circa 7 volte la differenza tra le altezze coniugate h_b e h_a moltiplicate per un opportuno coefficiente di sicurezza pari a 1,5:

$L = 1{,}5 \cdot 7 \cdot (h_b - h_a)$ L = 1,5 * 7 * (2,7 – 0,46)

L = 24 m (valore arrotondato per eccesso)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°2

Tracciamento del profilo di rigurgito a monte di una traversa fluviale fissa

In un canale rettangolare molto lungo, avente larghezza assegnata b e pendenza costante e pari ad i, fluisce una portata Q data. Il canale è interrotto da una traversa sagomata secondo il profilo Creager-Scimemi. Si determini e si tracci l'andamento del profilo di rigurgito creato a monte della traversa nel caso in esame. Si ripeta quindi il calcolo e il tracciamento nel caso in cui la pendenza del fondo del canale sia pari a i', determinando l'ubicazione del risalto e la sua estensione.

Dati	
Larghezza del canale b [m]	23
Altezza della traversa sul fondo dell'alveo h_t [m]	3
Pendenza del canale i	$0,001$
Pendenza del canale i'	$0,005$
Portata Q [m^3/s]	101
Coefficiente di Strickler c	65

Table 1: Dati

Procedimento

A monte della soglia si instaura un profilo di rigurgito tale che il livello idrico h_s sulla soglia sia quello necessario al transito sulla medesima della portata del canale, e ricavabile mediante l'equazione degli stramazzi a soglia larga:

$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} b h_s \sqrt{2gh_s} \tag{1}$$

Una volta ricavato l'altezza sulla soglia h_s, si conosce di conseguenza la quota idrica raggiunta dal profilo a monte della soglia stessa

$$h^* = h_t + h_s \tag{2}$$

L'altezza di moto uniforme, che sarà raggiunta nel punto in cui il profilo di rigurgito indotto dalla traversa si ricongiungerà a monte con il profilo stesso di moto uniforme, può essere ricavata mediante l'applicazione della relazione di Chezy per moto uniforme assolutamente turbolento:

$$Q = b h_u \chi \sqrt{Ri} \tag{3}$$

nella quale R è il raggio idraulico della corrente, i la pendenza del fondo del canale e χ il coefficiente di scabrezza che, adottando la formula di Gaukler-Strickler, è pari a $\chi = cR^{\frac{1}{6}}$.

Si procede quindi al calcolo del profilo di rigurgito come di seguito esposto.

- Si determina l'altezza critica per la sezione e la portata dati, valutando quindi per ciascuno dei due casi assegnati di pendenza se il moto uniforme avviene in condizioni di corrente veloce (alveo torrentizio) o lenta (alveo fluviale). L'altezza critica è data dalla relazione:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \tag{4}$$

- Si suddivide $h^* - h_u$ (dove h^* è l'altezza determinata dalla causa perturbatrice, cioè dalla soglia, e h_u è l'altezza di moto uniforme) in un sufficiente numero di intervalli (ad esempio 20 intervalli se non occorre la transizione di corrente, 60 se occorre). Per ciascuna delle altezze h estreme dei singoli intervalli Δh, si possono calcolare le corrispondenti energie specifiche, ovvero energie rispetto al fondo del canale:

$$E = H - z = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\,(bh)^2} \tag{5}$$

  e quindi le differenze ΔE spettanti a ciascun intervallo. Nel calcolo si può ipotizzare un coefficiente α di Coriolis unitario.

- Partendo dalla sezione più vicina alla causa perturbatrice, è possibile calcolare il profilo di rigurgito applicando la seguente espressione, che si ricava esprimendo l'equazione differenziale del moto di una corrente gradualmente variata in moto permanente ($\frac{dH}{ds} = -j$) integrando alle differenze finite:

$$\Delta s = \frac{\Delta E}{i - j} \tag{6}$$

  dove Δs sono le lunghezze dei tronchi di corrente lungo i quali le altezze variano dei prestabiliti Δh e j è la cadente piezometrica esprimibile con la formula di Chezy. Siccome j è da attribuire al singolo intervallo spaziale, nel calcolarla si adotterà come altezza h la media aritmetica delle due altezze competenti agli estremi dell'intervallo e valutando conseguentemente l'area, il raggio idraulico, il coefficiente χ da attribuire all'intervallo. Una volta noti ΔE e j, si può procedere al calcolo dei Δs a partire dalla sezione causa della perturbazione, potendo quindi tracciare il profilo di rigurgito della corrente.

- Nel disegno del profilo si deve tener conto di un eventuale passaggio di stato della corrente, da veloce a lenta, con conseguente formazione del risalto idraulico. La localizzazione del risalto dovrà essere effettuata considerando la condizione di equilibrio delle spinte totali, considerando che per la corrente veloce le condizioni iniziali sono quelle di monte mentre per la correte lenta le condizioni iniziali sono sia quella di valle che quella di monte. Tale condizione si esprime, applicando l'equazione delle spinte globali, mediante la seguente relazione:

$$\frac{1}{2}\gamma b h_A^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_A} = \frac{1}{2}\gamma b h_B^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_B} \tag{7}$$

  in cui h_A è l'altezza del profilo di rigurgito a monte del risalto, h_B è l'altezza subito a valle del risalto (altezze coniugate).

La lunghezza del risalto potrà essere determinata seguendo le osservazioni sperimentali che riportano in funzione del numero di Froude della sezione a monte del risalto (Fr_A), il rapporto tra l'estensione stessa del risalto e la differenza tra le altezze coniugate a monte e valle del risalto.

Fr_A	$L/(h_B - h_A)$
2	7.6
3	7.2
5	7
10	6.6
15	6.2
20	5.7

Table 2: Coefficienti per il calcolo della lunghezza del risalto

ESERCITAZIONE 2

Tracciamento del profilo di rigurgito a monte di una traversa fluviale fissa

Dati:	*b [m]*	*i*	*i'*	*Q [m³/s]*	*c*	*ht [m]*
	23	0,005	0,005	101	65	3

b: larghezza del canale
i: pendenza del primo canale
i': pendenza del secondo canale
Q: portata nel canale
c: coefficiente di Strickler
z_0: altezza soglia traversa rispetto al fondo dell'alveo

Si calcola l' altezza sopra la soglia della traversa che consente alla portata di tracimare tramite l'equazione degli stramazzi a bocca larga.
Essendo i dati identici a quelli della precedente esercitazione 1, si ha:

$$\boxed{h_s = 1{,}879 \text{ m}}$$

Nota h_s, si può calcolare la quota idrica raggiunta dal profilo a monte della soglia stessa:

$h^* = h_t + h_s$ $\qquad$ $h^* = 3 + 1{,}879$

$$\boxed{h^* = 4{,}879 \text{ m}}$$

L'altezza di moto uniforme nelle condizioni indisturbate, ovvero la quota raggiunta nel punto dove il profilo di rigurgito dovuto all' effetto della traversa si ricongiungerà a monte con quello di moto uniforme, è calcolabile con l'applicazione della formula di Chezy per il moto uniforme assolutamente turbolento ad entrambi i canali:

$Q = b\, h_u\, \chi \sqrt{R\, i}$

hu (i = 0,001) = (nota dall'esercitazione 1)
hu (i = 0,005) = (si veda l'output di Maple)

Output di Maple:

```
chezy := Q = b * hu * chi * sqrt(R * i);
```

$$chezy := Q = b\, hu\, \chi \sqrt{R\, i}$$

```
R := (b * hu) / (b + 2*hu);
```

$$R := \frac{b\, hu}{b + 2\, hu}$$

```
chi := c * R^(1/6);
```

$$\chi := c\left(\frac{b\,hu}{b+2\,hu}\right)^{(1/6)}$$

Assegno i valori:

```
c := 65;
```

$$c := 65$$

```
b := 23;
```

$$b := 23$$

```
i := 0.005;
```

$$i := 0.005$$

```
Q := 101;
```

$$Q := 101$$

Calcolo hu:

```
fsolve(chezy, hu);
```

$$1.006209111$$

h_u (i = 0,001) = 1,66 m	h_u (i = 0,005) = 1 m

Per entrambi i casi proposti va verificato se la pendenza è quella di un alveo torrentizio o fluviale (corrente veloce o lenta). Si calcola quindi l'altezza critica per la sezione e la portata in esame:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g\,b^2}}$$

h_c = (101^2 / (9,81 * 23^2))^(1/3)

$\boxed{h_c = 1{,}25 \text{ m}}$

h_u (i = 0,001) = 1,66 m > h_c = 1,25 m => i = 0,001 è un *alveo fluviale*

h_u (i = 0,005) = 1,00 m < h_c = 1,25 m => i = 0,005 è un *alveo torrentizio*

Nel caso di corrente veloce il profilo tenderà all'altezza critica con un andamento verticale e nel passaggio si genererà un risalto.

Si fissa ora un sistema di riferimento “s” con origine nella traversa e diretto verso monte rappresentante la progressiva rispetto alla quale si calcolerà la variazione di energia specifica che permetterà il tracciamento dei profili.

CANALE AD ALVEO FLUVIALE (i = 0,001)

Si suddivide la differenza $h^* - h_u$ in 20 intervalli:

$$\Delta h = \frac{h^* - h_u}{20}$$ Δh = (4,879 – 1,66) / 20

$\boxed{\Delta h = 0{,}16095 \text{ m}}$

Per ogni altezza "h" estrema dei singoli Δh si calcola la corrispondente energia specifica (rispetto al fondo del canale) considerando un coefficiente di Coriolis α=1:

$$E = H - z = h + \frac{\alpha Q^2}{2g(bh)^2}$$ per poi ottenere le ΔE di ogni singolo intervallo.

Il profilo di rigurgito è ottenibile unendo i punti ottenuti dal calcolo di Δs:

$$\Delta s = \frac{\Delta E}{i - J}$$ con J = cadente piezometrica ottenibile dalla formula di Chezy, considerando come tirante h il valore medio di ogni intervallo Δh e applicando le già usate relazioni per χ , Ω e R:

$$Q = \chi(h)\Omega(h)\sqrt{R(h)J} \Rightarrow J = \frac{Q^2}{\chi^2 \Omega^2 R} \Rightarrow J = \frac{Q^2(b+2h)}{c^2\left(\frac{bh}{b+2h}\right)^{1/3} b^3 h^3}$$

Calcoli per il tracciamento del profilo di rigurgito:

h	*E(h)*	*ΔE*	*h med.*	*J(h med.)*	*i – J*	*Δs*	***s +Δs***
4,879	4,9203	-	-	-	-	-	**0,0000**
4,718	4,7622	0,1581	4,7985	0,00003899	0,00096101	164,49849	**164,49849**
4,557	4,6044	0,1578	4,6376	0,00004311	0,00095689	164,88422	**329,38271**
4,396	4,4470	0,1574	4,4766	0,00004785	0,00095215	165,33275	**494,71547**
4,235	4,2900	0,1570	4,3157	0,00005334	0,00094666	165,85802	**660,57349**
4,074	4,1335	0,1565	4,1547	0,00005972	0,00094028	166,47798	**827,05146**
3,913	3,9775	0,1560	3,9938	0,00006720	0,00093280	167,21608	**994,26754**
3,752	3,8222	0,1553	3,8328	0,00007601	0,00092399	168,10344	**1162,37098**
3,591	3,6676	0,1546	3,6719	0,00008647	0,00091353	169,18205	**1331,55304**
3,430	3,5140	0,1536	3,5109	0,00009898	0,00090102	170,50971	**1502,06274**
3,270	3,3614	0,1525	3,3500	0,00011409	0,00088591	172,16784	**1674,23058**
3,109	3,2103	0,1512	3,1890	0,00013250	0,00086750	174,27435	**1848,50493**
2,948	3,0607	0,1495	3,0281	0,00015517	0,00084483	177,00568	**2025,51061**
2,787	2,9132	0,1475	2,8671	0,00018341	0,00081659	180,63665	**2206,14726**
2,626	2,7683	0,1450	2,7062	0,00021905	0,00078095	185,61758	**2391,76483**
2,465	2,6265	0,1417	2,5452	0,00026468	0,00073532	192,73613	**2584,50097**
2,304	2,4890	0,1376	2,3843	0,00032405	0,00067595	203,49695	**2787,99791**
2,143	2,3569	0,1321	2,2233	0,00040275	0,00059725	221,15789	**3009,15581**
1,982	2,2321	0,1248	2,0624	0,00050931	0,00049069	254,28317	**3263,43898**
1,821	2,1174	0,1148	1,9014	0,00065720	0,00034280	334,78285	**3598,22184**
1,660	2,0167	0,1007	1,7405	0,00086844	0,00013156	765,34251	**4363,56435**

(lunghezza perturbazione)

CANALE AD ALVEO TORRENTIZIO (i = 0,005)

L'intervallo Δh , a causa della presenza del risalto, è dato da:

$$\Delta h = \frac{h^* - h_b}{20}$$

nella quale h_b è l'altezza coniugata di h_u nella corrente veloce a monte che si può ricavare applicando l'equazione delle spinte globali:

$$\frac{1}{2}\gamma b h_u^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_u} = \frac{1}{2}\gamma b h_b^2 + \rho \frac{Q^2}{b h_b}$$

Output di Maple:

```
spinte := (0.5 * Gamma  * b * hu^2) + (rho * Q^2 / (b * hu)) = (0.5 *
Gamma * b * hb^2) + (rho * Q^2 / (b * hb));
```

$$spinte := 0.5\,\Gamma\, b\, hu^2 + \frac{\rho\, Q^2}{b\, hu} = 0.5\,\Gamma\, b\, hb^2 + \frac{\rho\, Q^2}{b\, hb}$$

Assegno i valori:

```
rho := 1000; g := 9.81; b := 23; hu := 1; Q := 101; Gamma := rho * g;
```

$$\rho := 1000$$

$$g := 9.81$$

$$b := 23$$

$$hu := 1$$

$$Q := 101$$

$$\Gamma := 9810.00$$

Calcolo hb:

```
solve(spinte,hb);
```

-2.544849021, 1.000000000, 1.544849021

Scelgo hb = 1,544 m poichè le altre soluzioni sono assurdi fisici (h = 1 non è la condizione in esame).

h_b = 1,544 m

Si può ora ricavare Δh:

Δh = (4,879 – 1,544) / 20

Δh = 0,16675 m

Calcoli per il tracciamento del profilo di rigurgito:

h	*E(h)*	*ΔE*	*h med.*	*J(h med.)*	*i – J*	*Δs*	***s +Δs***
4,879	4,9203	-	-	-	-	-	**0,0000**
4,712	4,7565	0,1638	4,7956	0,00003906	0,00496094	033,01312	**033,01312**
4,546	4,5931	0,1634	4,6289	0,00004335	0,00495665	032,97448	**065,98760**
4,379	4,4300	0,1631	4,4621	0,00004831	0,00495169	032,92980	**098,91740**
4,212	4,2674	0,1626	4,2954	0,00005409	0,00494591	032,87786	**131,79526**
4,045	4,1053	0,1621	4,1286	0,00006086	0,00493914	032,81713	**164,61240**
3,879	3,9438	0,1615	3,9619	0,00006883	0,00493117	032,74567	**197,35807**
3,712	3,7831	0,1607	3,7951	0,00007830	0,00492170	032,66097	**230,01904**
3,545	3,6232	0,1599	3,6284	0,00008963	0,00491037	032,55982	**262,57886**
3,378	3,4644	0,1588	3,4616	0,00010331	0,00489669	032,43796	**295,01682**
3,212	3,3068	0,1576	3,2949	0,00011998	0,00488002	032,28976	**327,30658**
3,045	3,1508	0,1560	3,1281	0,00014052	0,00485948	032,10758	**359,41416**

2,878	2,9967	0,1541	2,9614	0,00016611	0,00483389	031,88089	**391,29505**
2,711	2,8450	0,1517	2,7946	0,00019842	0,00480158	031,59484	**422,88989**
2,545	2,6963	0,1487	2,6279	0,00023980	0,00476020	031,22798	**454,11787**
2,378	2,5516	0,1447	2,4611	0,00029368	0,00470632	030,74837	**484,86624**
2,211	2,4121	0,1395	2,2944	0,00036516	0,00463484	030,10663	**514,97287**
2,044	2,2794	0,1326	2,1276	0,00046203	0,00453797	029,22286	**544,19573**
1,878	2,1563	0,1231	1,9609	0,00059662	0,00440338	027,95984	**572,15557**
1,711	2,0466	0,1097	1,7941	0,00078910	0,00421090	026,06244	**598,21800**
1,544	1,9563	0,0903	1,6274	0,00107409	0,00392591	022,99987	**621,21787**

(lunghezza perturbazione)

Va ora valutata la lunghezza del risalto tramite la relazione:

$$L = k \cdot (h_b - h_u)$$

dove k è un parametro che dipende dal numero di Froude della sezione a monte del risalto.
Il numero di Froude è indicato da:

$Fr = U\sqrt{\dfrac{\alpha}{g\,h}}$ con $U = \dfrac{Q}{\Omega}$ e $h = \dfrac{\Omega}{b}$. Considerando α=1 si ha:

Output di Maple:

```
froude := U * sqrt(alpha / (g * h));
```

$$froude := U\sqrt{\frac{\alpha}{g\,h}}$$

```
Omega := b * h; U := Q / Omega; h := Omega / b;
```

$$\Omega := b\,h$$

$$U := \frac{Q}{b\,h}$$

$$h := h$$

Assegno i valori:

```
Q := 101; b := 23; h := 1; g:= 9.81; alpha := 1;
```

$$Q := 101$$

$$b := 23$$

$$h := 1$$

$$g := 9.81$$

$$\alpha := 1$$

Calcolo il numero di Froude:

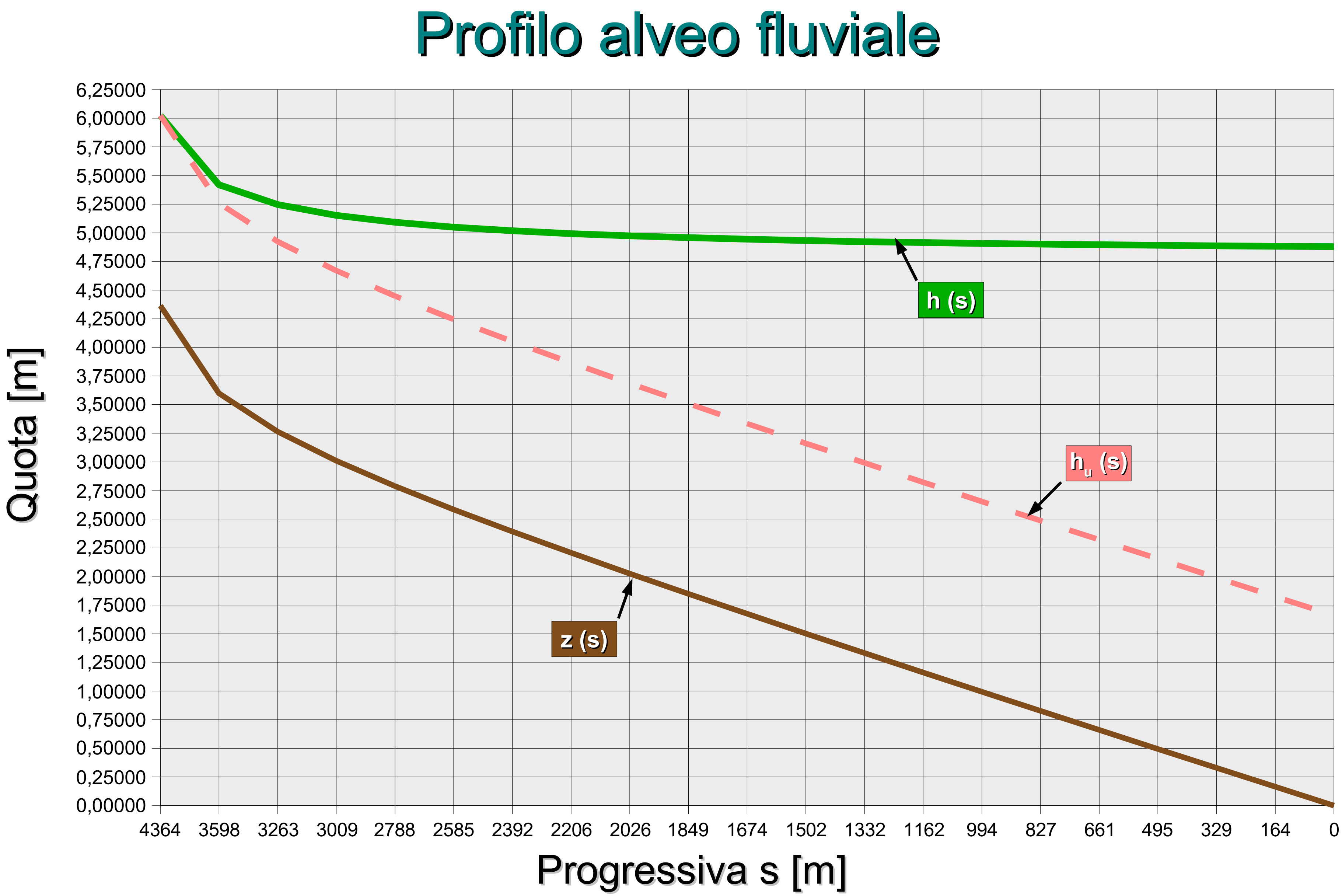
```
froude;
                                                  1.402035577
```

Fr_a = 1,402

Dalla “table 2” si considera Fr = 2 e quindi si prende K = 7,6 .

L = 7,6 * (1,544 – 1)

L = 4,13 m


Profilo alveo fluviale
Quota [m]
6,25000
6,00000
5,75000
5,50000
5,25000
5,00000
4,75000
4,50000
4,25000
4,00000
3,75000
3,50000
3,25000
3,00000
2,75000
2,50000
2,25000
2,00000
1,75000
1,50000
1,25000
1,00000
0,75000
0,50000
0,25000
0,00000
4364
3598
3263
3009
2788
2585
2392
2206
2026
1849
1674
1502
1332
1162
994
827
661
495
329
164
0
Progressiva s [m]
h (s)
h_u (s)
z (s)

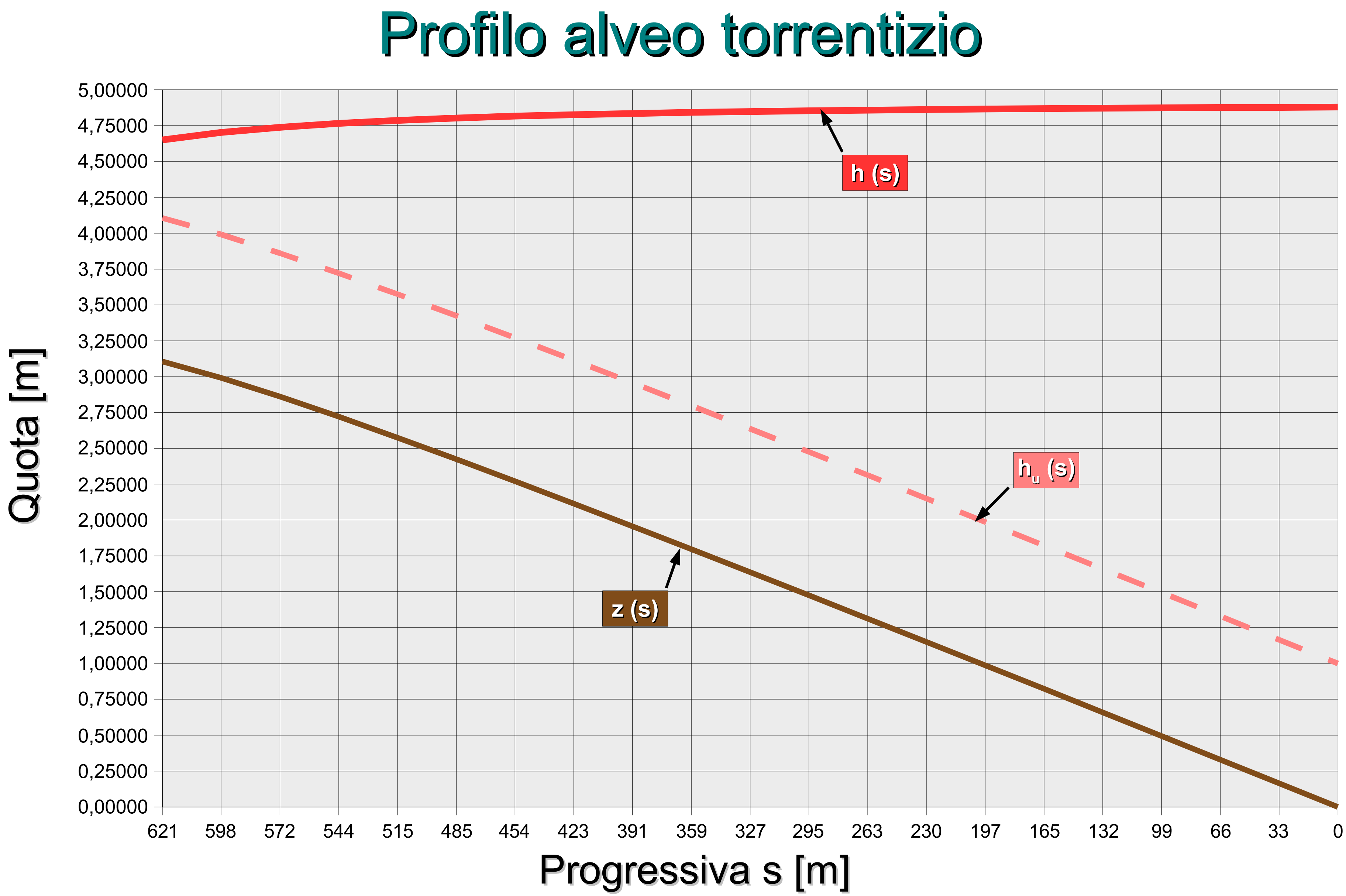
Dati per grafico:

Progressiva s	*h (s)*	*z(s)*	$h_u(s)$
4364	6,02356	4,36356	6,02356
3598	5,41922	3,59822	5,25822
3263	5,24544	3,26344	4,92344
3009	5,15216	3,00916	4,66916
2788	5,09200	2,78800	4,44800
2585	5,04950	2,58450	4,24450
2392	5,01776	2,39176	4,05176
2206	4,99315	2,20615	3,86615
2026	4,97351	2,02551	3,68551
1849	4,95750	1,84850	3,50850
1674	4,94423	1,67423	3,33423
1502	4,93206	1,50206	3,16206
1332	4,92255	1,33155	2,99155
1162	4,91437	1,16237	2,82237
994	4,90727	0,99427	2,65427
827	4,90105	0,82705	2,48705
661	4,89557	0,66057	2,32057
495	4,89072	0,49472	2,15472
329	4,88638	0,32938	1,98938
164	4,88250	0,16450	1,82450
0	4,87900	0,00000	1,66000

Il profilo è stato ottenuto considerando come ascissa la progressiva s in senso decrescente rispetto alla definizione data (l'origine è alla destra e rappresenta la presenza della traversa) e come ordinata le quote con z = 0 in corrispondenza di s = 0.
Calcolata la variazione della quota del fondo dell'alveo con la progressiva tramite la seguente relazione:

$$z(s)=s\cdot i$$

è stato possibile graficare la hu(s) e h(s) per poter tracciare il profilo aggiungendo ai dati calcolati proprio la variazione di quota.


Profilo alveo torrentizio
Quota [m]
5,00000
4,75000
4,50000
4,25000
4,00000
3,75000
3,50000
3,25000
3,00000
2,75000
2,50000
2,25000
2,00000
1,75000
1,50000
1,25000
1,00000
0,75000
0,50000
0,25000
0,00000
h (s)
h_u (s)
z (s)
621
598
572
544
515
485
454
423
391
359
327
295
263
230
197
165
132
99
66
33
0
Progressiva s [m]

Dati per grafico:

Progressiva s	*h (s)*	*z(s)*	$h_u(s)$
621	4,65009	3,10609	4,10609
598	4,70209	2,99109	3,99109
572	4,73878	2,86078	3,86078
544	4,76498	2,72098	3,72098
515	4,78586	2,57486	3,57486
485	4,80233	2,42433	3,42433
454	4,81559	2,27059	3,27059
423	4,82545	2,11445	3,11445
391	4,83448	1,95648	2,95648
359	4,84207	1,79707	2,79707
327	4,84853	1,63653	2,63653
295	4,85308	1,47508	2,47508
263	4,85789	1,31289	2,31289
230	4,86210	1,15010	2,15010
197	4,86579	0,98679	1,98679
165	4,86806	0,82306	1,82306
132	4,87098	0,65898	1,65898
99	4,87359	0,49459	1,49459
66	4,87594	0,32994	1,32994
33	4,87707	0,16507	1,16507
0	4,87900	0,00000	1,00000

Il profilo è stato ottenuto considerando come ascissa la progressiva s in senso decrescente rispetto alla definizione data (l'origine è alla destra e rappresenta la presenza della traversa) e come ordinata le quote con z = 0 in corrispondenza di s = 0.
Calcolata la variazione della quota del fondo dell'alveo con la progressiva tramite la seguente relazione:

$$z(s)=s\cdot i$$

è stato possibile graficare la hu(s) e h(s) per poter tracciare il profilo aggiungendo ai dati calcolati proprio la variazione di quota.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°3

Dimensionamento dell'acquedotto esterno unicursale

L'acquedotto, il cui profilo altimetrico è rappresentato schematicamente in figura 1, è alimentato da una sorgente e deve alimentare a sua volta un serbatoio con un unico sifone. Trovare i diametri commerciali dei tubi di acciaio, ubicare la valvola regolatrice di carico da usare a tubi nuovi e calcolare la perdita di carico che deve produrre.

Dati	
Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente [m s.m.]	370
Quota del serbatoio terminale [m s.m.]	245
Quota del punto di minimo del sifone [m s.m.]	200
Portata di progetto [m^3/s]	$0,065$
Coefficiente di scabrezza di Manning (n), a tubi nuovi [$m^{-1/3}s$]	$0,010$
Coefficiente di scabrezza di Manning (n), a tubi usati [$m^{-1/3}s$]	$0,016$
Distanza tra la sorgente e il punto di minimo del sifone [m]	3000
Distanza tra il punto di minimo del sifone e il serbatoio [m]	5000

Tabella 1: Dati

Procedimento

Nota la portata di progetto e il profilo altimetrico occorre anzitutto determinare il diametro teorico della tubazione necessario per alimentare il serbatoio mediante il calcolo delle perdite di carico a tubi usati (situazione nel tempo più gravosa). Per il calcolo delle perdite di carico si adoperi la formula di Chezy:

$$Q = \Omega \chi \sqrt{RJ} \tag{1}$$

dove Ω è l'area della sezione bagnata, R il raggio idraulico della sezione (dato dal rapporto fra l'area e il contorno bagnato della sezione $R = \frac{\Omega}{C}$), J la pendenza piezometrica e χ è il parametro di resistenza di Chezy. Si utilizzi per quest'ultimo l'espressione di Manning:

$$\chi = \frac{1}{n} R^{1/6} \tag{2}$$

avendo indicato con n l'indice di scabrezza di Manning.

Sostituendo χ nella (1) secondo la (2) si ricava:

$$Q = \frac{4\pi}{n} R^{8/3} J^{1/2} \tag{3}$$

Esplicitando R dalla (3) si ottiene:

$$R = \left(\frac{nQ}{4\pi J^{1/2}} \right)^{3/8} \tag{4}$$

Nell'ipotesi che la tubazione abbia un diametro costante e che quindi sia costante la pendenza piezometrica, pari a:

$$J = \frac{\Delta h}{L} \tag{5}$$

dove Δh è il dislivello tra sorgente e serbatoio e L è la lunghezza della tubazione, si determina tramite la (4), con il coefficiente di Manning a tubi usati, il raggio idraulico e quindi il diametro teorico D_t della tubazione: $D_t = 4R$.

Il diametro che si ottiene, in generale non è in commercio, occorre quindi spezzare la tubazione in due tratti, di lunghezze L_1 e L_2 incognite, con due diametri commerciali D_1 e D_2 immediatamente inferiori e superiori al diametro teorico calcolato. Esplicitando J dalla (3) si ottiene poi:

$$J = \frac{n^2}{16\pi^2 R^{16/3}} Q^2 = \gamma\left(D\right) Q^2 \tag{6}$$

dove si è posto:

$$\gamma\left(D\right) = \frac{n^2}{16\pi^2 R^{16/3}} \tag{7}$$

da cui si ricavano le pendenze piezometriche J_1 e J_2 nei due tratti, sempre con il coefficiente di Manning a tubi usati:

$$J_1 = \gamma(D_1)Q^2 \quad J_2 = \gamma(D_2)Q^2$$

Poiché la perdita di carico totale deve essere la stessa con i diametri commerciali e con quello teorico, deve essere:

$$\Delta h = JL = J_1 L_1 + J_2 L_2 = Q^2 \left[\gamma\left(D_1\right) L_1 + \gamma\left(D_2\right) L_2\right] \tag{8}$$

D'altra parte si ha anche:

$$L = L_1 + L_2 \tag{9}$$

Per cui si ottiene:

$$L_1 = \frac{\frac{\Delta h}{Q^2} - L\gamma(D_2)}{\gamma(D_1) - \gamma(D_2)} \tag{10}$$

$$L_2 = L - L_1 \tag{11}$$

Ciò fatto si calcolano le pendenze piezometriche a tubi nuovi e si calcola il punto di intersezione dell'asse dei tubi (traslato verso l'alto di 5 metri per garantire almeno mezza atmosfera di pressione) con la nuova piezometrica; la valvola dissipatrice dei carichi potrà essere disposta da questo punto verso valle.

Se si indicano poi con J_1' e J_2' le pendenze piezometriche a tubi nuovi:

$$J_1' = \gamma'(D_1)Q^2 \quad J_2' = \gamma'(D_2)Q^2$$

la perdita di carico nella valvola regolatrice deve essere:

$$h_v = (J_1 - J_1')L_1 + (J_2 - J_2')L_2 \tag{12}$$

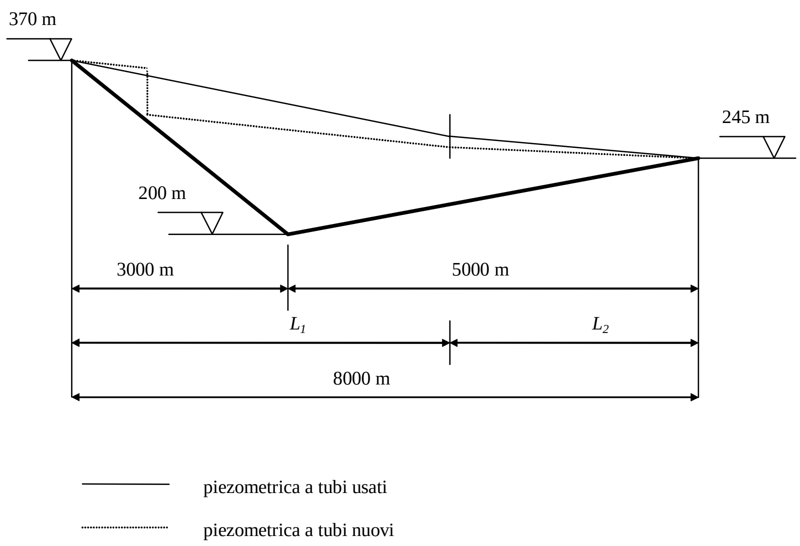


Figura 1: Profilo dell'acquedotto esterno

ESERCITAZIONE 3

Dimensionamento dell'acquedotto esterno unicursale

Dati:

Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente [m.s.m]	370,000
Quota del serbatoio terminale [m.s.m]	245,000
Quota del punto di minimo del sifone [m.s.m]	200,000
Portata di progetto [m^3/s]	0,065
Coefficiente di scabrezza di Manning (n_n), a tubi nuovi [$m^{-1/3}/s$]	0,010
Coefficiente di scabrezza di Manning (n_u), a tubi usati [$m^{-1/3}/s$]	0,016
Distanza tra la sorgente e il punto di minimo del sifone [m]	3000,000
Distanza tra il punto di minimo del sifone e il serbatoio [m]	5000,000

Si calcola la pendenza piezometrica data da:

$J=\frac{\Delta h}{L}$ dove Δh è il dislivello tra sorgente e serbatoio e L è la lunghezza totale della tubazione. J = (370 – 245) / (3000 + 5000) = 125 / 8000

J = 0,0156

Per il dimensionamento va calcolato il diametro teorico della tubazione necessario per alimentare il serbatoio tramite il calcolo delle perdite di carico a tubi usati (situazione più gravosa).
Si adopera la formula di Chezy:
$Q=\Omega\chi\sqrt{RJ}$ dove Ω è l'area della sezione bagnata, R il raggio idraulico e χ è il parametro di resistenza di Chezy considerando l'espressione di Manning:

$$\chi=\frac{1}{n}R^{1/6}$$

Si ricava dalla formula la seguente espressione del diametro teorico:

$$Q=\frac{1}{n}R^{1/6}\Omega R^{1/2}J^{1/2} \qquad \text{(con } \Omega=\pi\frac{D^2}{4}, R=\frac{D}{4}\text{)} \qquad R=\left(\frac{n_u Q}{4\pi J^{1/2}}\right)^{3/8}$$

quindi $D=4\left(\frac{n_u Q}{4\pi J^{1/2}}\right)^{3/8}$ D = 4 * ((0,016 * 0,065) / (4 * π * sqrt(0,0156)))^(3/8)

D_t = 0,257 m

In commercio esistono diametri predefiniti che son diversi da quello teorico calcolato, quindi si dimensionerà l'acquedotto tramite due tubazioni diverse con diametri immediatamente inferiori e superiori a quello calcolato:

D_1 = 0,25 m

D_2 = 0,3 m

Per ricavare la lunghezza dei tratti con l'uno o l'altro diametro va prima calcolata la nuova pendenza piezometrica per ogni diametro dalla relazione di Chezy:

$$J(D)=\frac{n_u^2 Q^2}{16\pi^2 (\frac{D}{4})^{16/3}}$$

$J(D_1) = (0{,}016\text{^}2 * 0{,}065\text{^}2) / (16 * \pi\text{^}2 * (0{,}25 / 4)\text{^}(16/3))$

$J(D2) = (0{,}016\text{^}2 * 0{,}065\text{^}2) / (16 * \pi\text{^}2 * (0{,}3 / 4)\text{^}(16/3))$

$J(D_1) = 0{,}0181$	$J(D_2) = 0{,}00684$

Si deve risolvere quindi il seguente sistema:

$$\Delta H = JL = J(D_1) L_1 + J(D_2) L_2$$
$$L_1 + L_2 = L$$

$125 = 0{,}0181 * L_1 + 0{,}00684 * L_2$

$L_1 + L_2 = 8000$

dove si impone che la perdita di carico totale deve essere identica con i diametri commerciali e con quello teorico. Si ottiene:

L_1 = 6242 m	**L_2 = 1758 m**

Immediatamente dopo la messa in opera l'acquedotto lavorerà ovviamente con i tubi nuovi e non usati, quindi vanno ricalcolate le pendenze piezometriche considerando il coefficiente "n_n".

$$J'(D)=\frac{n_n^2 Q^2}{16\pi^2 (\frac{D}{4})^{16/3}}$$

$J'(D_1) = (0{,}01\text{^}2 * 0{,}065\text{^}2) / (16 * \pi\text{^}2 * (0{,}25 / 4)\text{^}(16/3))$

$J'(D2) = (0{,}01\text{^}2 * 0{,}065\text{^}2) / (16 * \pi\text{^}2 * (0{,}3 / 4)\text{^}(16/3))$

$J'(D_1) = 0{,}00707$	$J'(D_2) = 0{,}00267$

Accade che la nuova piezometrica interseca l'asse della condotta e quindi si avrà un tratto con deflusso a canaletta oltre alla presenza di un tratto con carico < 5 m, condizioni assolutamente da evitare in esercizio. Va quindi dissipato questo carico tramite una valvola ovvero una brusca strozzatura che dissipa il seguente carico hv:

$$h_v = \Delta H - \Delta H' = (J(D_1) L_1 + J(D_2) L_2) - (J'(D_1) L_1 + J'(D_2) L_2)$$

h_v = ((0,0181 * 6242) + (0,00684 * 1758)) – ((0,00707 * 6242) + (0,00267 * 1758))

h_v = 76,18 m

Per il posizionamento si fissa un sistema di riferimento 0(x,y) (si veda Figura 2) e si scrivono le equazioni delle rette che rappresentano l'asse della condotta e la piezometrica a tubi nuovi considerando i 5 m minimo di carico da garantire. Ponendo a sistema si trova il punto di intersezione nel quale verrà applicata la valvola.
Come soluzione alternativa è possibile collocare la valvola immediatamente a monte del serbatoio anche per una più facile gestione dell'impianto, purchè si garantiscano pressioni non troppo elevate nei punti di minimo della condotta.

Sistema:

$$y = 370 - \frac{370-200}{3000} x$$
$$y = (370 - 76{,}18) - J'(D_1)\, x - 5$$

Output di Maple:

```
sistema := {y = 370 - ((370 - 200) / 3000) * x, y = (370 - 76.18) -
(0.00707 * x) - 5};
```

$$sistema := \left\{ y = 370 - \frac{17}{300}\, x,\ y = 288.82 - 0.00707\, x \right\}$$

```
solve(sistema);
```

$$\{y = 277.2477989,\ x = 1636.803549\}$$

Y = 277,2 m **X = 1637 m**

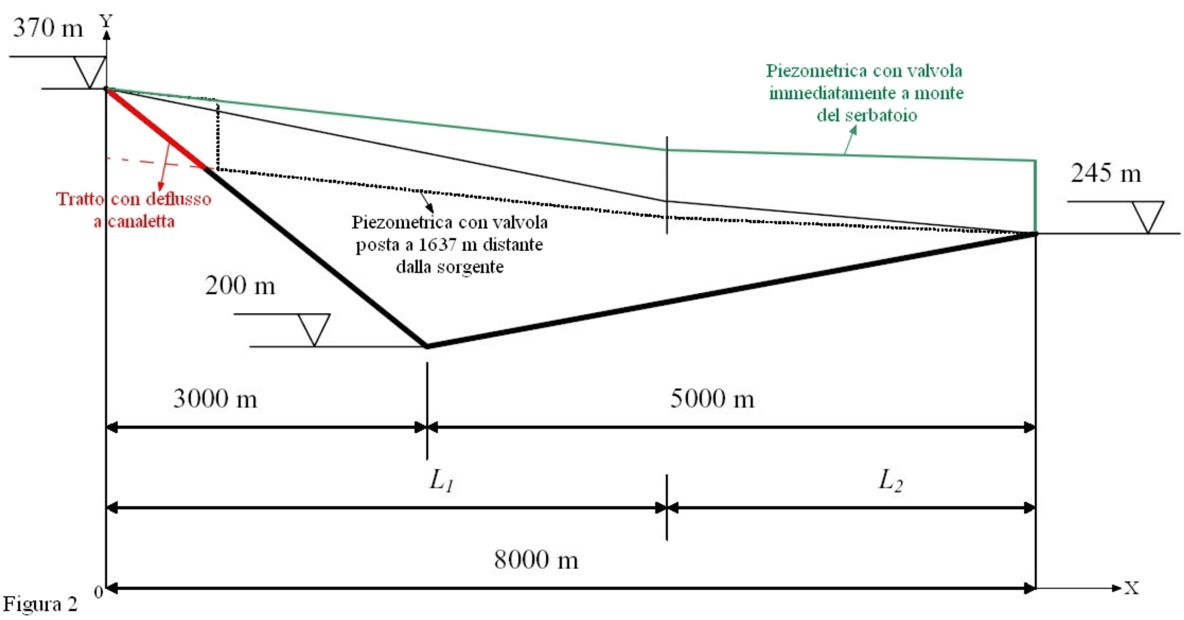


Figura 2

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°4

Verifica di una rete chiusa con il metodo di Cross

Sia assegnata la geometria della rete chiusa di condotte di distribuzione idrica rappresentata in figura 1. Siano assegnate le lunghezze e i diametri delle condotte (Tabella 1). Siano inoltre assegnate le portate entranti nei nodi (Tabella 2) ed il carico piezometrico minimo che si può accettare sulla rete in esame (Tabella 3). Si calcolino con il metodo di Cross le portate nei tronchi ed i carichi nei nodi, i quali devono risultare sempre superiori al carico minimo accettabile.

Tronco	1	2	3	4	5	6	7
Lunghezza L_i [m]	500	380	720	470	700	510	490
Diametro D_i [m]	0.45	0.50	0.35	0.40	0.30	0.35	0.35

Tabella 1: Dati: lunghezze e diametri delle condotte della rete

Nodo	1	2	3	4	5
Portata Q_k [m^3/s]	0.510	-0.150	-0.060	-0.180	-0.120

Tabella 2: Dati: portate scambiate con l'esterno

Scabrezza dei tubi (Manning)	n	0.012 m$^{-1/3}$s
Carico piezometrico nel nodo 1	H_1	75 m
Carico piezometrico minimo	H_{min}	68 m

Tabella 3: Dati: carico minimo sulla rete

Procedimento

Il problema in esame richiede la verifica di una rete di distribuzione idrica di tipo chiuso, avendo definito le caratteristiche delle tubazioni e le portate in ingresso nei nodi. In figura 1a è riportato lo schema della rete (3 maglie indipendenti, 5 nodi e 7 tronchi).

Le equazioni che permettono di risolvere il problema di verifica sono quelle di continuità e quelle di conservazione del carico su una maglia chiusa. Per ogni nodo deve conservarsi la massa, ovvero la portata entrante deve essere pari a quella uscente (Figura 1b):

$$\sum_{i(k)} \delta_{ik} Q_i + P_k = 0 \tag{1}$$

avendo indicato con i l'indice di tronco affluente al nodo k. Inoltre percorrendo una maglia partendo da un nodo e tornando nel medesimo nodo si deve ottenere lo stesso valore del carico piezometrico, avendo assunto con il segno negativo le perdite relative a tronchi attraversati da una portata che fluisce in senso opposto al senso di percorrenza assunto per la maglia (Figura 1c):

$$\sum_{i(j)} \delta_{ij} \left| Q_i \right| Q_i \gamma \left(D_i \right) L_i = \sum_{i(j)} \Delta H_i = 0 \tag{2}$$

avendo indicato con i l'indice di tronco della maglia j.

Appare con evidenza che, se si assume un vettore di portate per la rete che soddisfi la continuità ai nodi (1) e si aggiunge ad esso un vettore di portate circolanti nelle maglie, il vettore risultante soddisfa ancora le

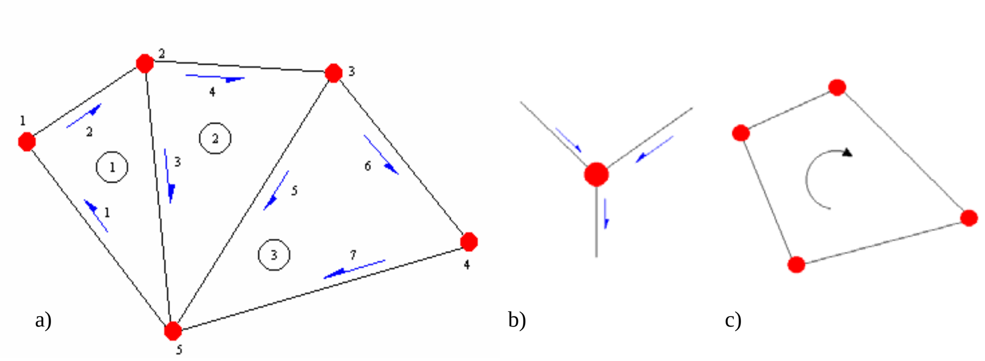


Figura 1: a) Schema della rete, b) continuità delle portate al nodo e c) conservazione del carico totale nella maglia.

equazioni dei nodi. Infatti aggiungere una portata circolante in una maglia equivale a sommare e sottrarre una stessa quantità nel bilancio di portata nel nodo. Il metodo più comune per la risoluzione della rete si basa sulla precedente considerazione e procede per iterazioni successive partendo da un vettore che soddisfi l'equazione di continuità e perturbando tale vettore con portate di correzione circolanti nelle maglie, sino ad ottenere un vettore che soddisfi anche l'equazione dei carichi 2.

Sia $Q\prime_i$ il sistema di portate di prima iterazione che soddisfa l'equazione di continuità, sia invece Q_v il sistema di portate che risolve entrambe le condizioni di continuità e dei carichi. La differenza portate vere e portatate di prima iterazione, $q_v^* = Q_v - Q_i'$, equivale ad un sistema di portate q_j circolanti nelle maglie per cui si ha:

- per condotte esterne $Q_{vi} = Q_i' + q_j$
- per condotte interne $Q_{vi} = Q_i' + q_j - q_{j,j+1}$ ($q_{j,j+1}$ è il termine relativo alla maglia $j+1$ a contatto con quella j nel tronco interno).

Sostituendo nell'equazione dei carichi si ottengono tante equazioni quante sono le maglie nelle incognite q_j che sono in egual numero:

$$\sum_{i(j)} \delta_{ij} \gamma\left(D_i\right) L_i \left|Q_i' + q_j \pm q_{j,j+1}\right| \left(Q_i' + q_j \pm q_{j,j+1}\right) = 0 \tag{3}$$

Tale sistema non è lineare e va pertanto risolto con metodi numerici idonei. In particolare se le portate di prima approssimazione sono abbastanza vicine a quelle reali, e quindi le correzioni sono piccole, possono essere trascurati i termini in cui le incognite compaiono al secondo grado ed il sistema è linearizzato. L'approssimazione di Cross consiste nel trascurare anche le $q_{j,j+1}$ per ottenere la seguente formula risolutiva esplicita:

$$q_j = -\frac{\sum\limits_{i(j)} \delta_{ij} K_i \left|Q_i'\right| Q_i'}{2 \sum\limits_{i(j)} K_i \left|Q_i'\right|} \tag{4}$$

avendo indicato con $K_i = \gamma\left(D_i\right) L_i$, $\gamma\left(D_i\right) = \frac{n^2}{16\pi^2 R_i^{\frac{16}{3}}}$ e $R_i = \frac{D_i}{4}$.

Come portate di prima approssimazione si utilizzino le seguenti:

Tronchi	1	2	3	4	5	6	7
Portate Q_i' [m^3/s]	$-0,20$	$0,31$	$0,05$	$0,11$	$-0,03$	$0,08$	$-0,10$

Tabella 4: Dati: portate di prima approssimazione che verificano le equazioni ai nodi

ESERCITAZIONE 4

Verifica di una rete chiusa con il metodo di Cross

Dati:

Tronco	*Di [m]*	*Li [m]*
1	0,45	500
2	0,50	380
3	0,35	720
4	0,40	470
5	0,30	700
6	0,35	510
7	0,35	490

(3 maglie, 5 nodi, 7 tronchi)

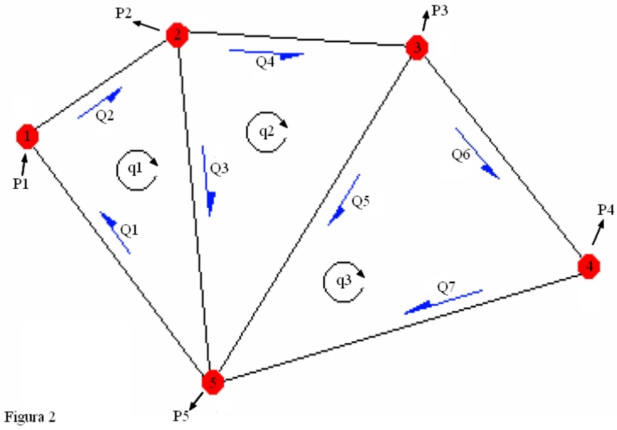


Figura 2

Scabrezza dei tubi (Manning – n):	0,012 $m^{-1/3}/s$
Carico piezometrico nel nodo 1 (H_1):	75 m
Carico piezometrico minimo (H_{min}):	68 m

Nodo	1	2	3	4	5
Portata Pk	0,510 m^3/s	-0,150 m^3/s	-0,060 m^3/s	-0,180 m^3/s	-0,120 m^3/s

Le equazioni che permettono di risolvere il problema di verifica sono quelle di continuità e quelle di conservazione del carico su una maglia chiusa. Per ogni nodo deve conservarsi la massa, ovvero la portata entrante deve essere pari a quella uscente.
Inoltre percorrendo una maglia partendo da un nodo e tornando nello stesso nodo si deve ottenere lo stesso valore del carico piezometrico, assumendo con segno negativo le perdite relative a tronchi attraversati da una paortata che fluisce in senso opposto a quello assunto.

Equazione di continuità:

$$\sum_{i(k)} \delta_{ik} Q_i + P_k = 0$$ (i = indice di tronco affluente al nodo k)

Equazione dei carichi alle maglie:

$$\sum_{i(j)} \delta_{ij} |Q_i| Q_i \gamma(D_i) L_i = \sum_{i(j)} \Delta H_i = 0$$ (i = indice di tronco della maglia j)

Se si assume un vettore di portate per la rete che soddisfi la continuità ai nodi e si aggiunge ad esso un vettore di portate circolanti nelle maglie, il vettore risultante soddisfa ancora la continuità ai nodi. Infatti aggiungere una portata circolante in una maglia equivale a sommare e sottrarre una stessa quantità nel bilancio di portata nel nodo. Il metodo più comune per la risoluzione della rete si basa sulla precedente considerazione e procede per iterazioni successive partendo da un vettore che soddisfi l'equazione di continuità e perturbando tale vettore con portate di correzione circolanti nelle maglie, sino ad ottenere un vettore che soddisfi anche l'equazione dei carichi.
Ponendo Qi' come il sistema di portate di prima iterazione che soddisfa l'equazione di

continuità e come Q_v il il sistema di portate che risolve sia le condizioni di continuità che dei carichi, la differenza $q_v^* = Q_v - Q_i'$ equivale ad un sistema di portate q_j circolanti nelle maglie per cui si ha:

- per condotte esterne: $Q_{vi} = Q_i' + qj$
- per condotte interne: $Q_{vi} = Q_i' + qj - q_{j,j+1}$

($q_{j,j+1}$ è il termine relativo alla maglia j+1 a contatto con quella j nel tronco interno)

Sostituendo nelle equazioni precedenti si ottiene:

$$\sum_{i(j)} \delta_{ij} \gamma(D_i) L_i |Q_i' + q_j \mp q_{j,j+1}| (Q_i' + q_j \mp q_{j,j+1}) = 0$$

ovvero un sistema determinato ma non lineare risolvibile con metodi numerici.
Considerando portate di prima approssimazione abbastanza vicine a quelle reali (quindi le correzioni sono piccole) si possono trascurare i termini con incognite al secondo grado per linearizzare il sistema. Utilizzando anche la semplificazione di Cross (che consiste nel trascurare anche le $q_{j,j+1}$) si ottengono le seguenti m equazioni:

$$q_j = -\frac{\sum_{i(j)} \delta_{ij} K_i |Q_i'| Q_i'}{2\sum_{i(j)} K_i |Q_i'|} \qquad \text{con:} \quad K_i = \gamma(D_i) L_i \quad \gamma(D_i) = \frac{n^2}{16\pi^2 R_i^{16/3}} \quad R_i = \frac{D_i}{4}$$

Si considerino i seguenti dati come portate di prima approssimazione:

Tronchi	1	2	3	4	5	6	7
Portate Qi' [m^3/s]	-0,20	0,31	0,05	0,11	-0,03	0,08	-0,10

Si calcola la caratteristica unitaria per ogni condotta:

Tronchi	1	2	3	4	5	6	7
Lunghezze [m]	500	380	720	470	700	510	490
Diametri [m]	0,45	0,50	0,35	0,40	0,30	0,35	0,35
Ki	**52,41**	**22,71**	**288,34**	**92,34**	**637,84**	**204,24**	**196,23**

Si applica quindi la semplificazione considerando per il caso in esame le seguenti equazioni per ogni maglia:

$$q_1 = -\frac{K_1|Q_1|Q_1 + K_2|Q_2|Q_2 + K_3|Q_3|Q_3}{2(K_1|Q_1| + K_2|Q_2| + K_3|Q_3|)} \qquad q_2 = -\frac{K_4|Q_4|Q_4 - K_3|Q_3|Q_3 + K_5|Q_5|Q_5}{2(K_4|Q_4| + K_3|Q_3| + K_5|Q_5|)}$$

$$q_3 = -\frac{K_6|Q_6|Q_6 - K_5|Q_5|Q_5 + K_7|Q_7|Q_7}{2(K_6|Q_6| + K_5|Q_5| + K_7|Q_7|)}$$

e calcolando le portate per ogni iterazione tramite le correzioni di maglia:

$$Q_1^{r=i+1} = Q_1^{r=i} + q_1^{r=i};\; Q_2^{r=i+1} = Q_2^{r=i} + q_1^{r=i};\; Q_3^{r=i+1} = Q_3^{r=i} + q_1^{r=i} - q_2^{r=i};\; Q_4^{r=i+1} = Q_4^{r=i} + q_2^{r=i};$$
$$Q_5^{r=i+1} = Q_5^{r=i} + q_2^{r=i} - q_3^{r=i};\; Q_6^{r=i+1} = Q_6^{r=i} + q_3^{r=i};\; Q_7^{r=i+1} = Q_7^{r=i} + q_3^{r=i}$$

Si iterano i calcoli fino a quando le correzioni delle portate di maglia diventano trascurabili:

It.	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	q_1	q_2	q_3
1	-0,20000	0,31000	0,05000	0,11000	-0,03000	0,08000	-0,10000	-0,012629	0,002032	0,000736
2	-0,21263	0,29737	0,03534	0,11203	-0,02870	0,08074	-0,09926	2,40E-05	-3,52E-03	7,06E-04
3	-0,21261	0,29739	0,03888	0,10851	-0,03293	0,08144	-0,09856	-1,29E-03	4,76E-04	-1,23E-03
4	-0,21390	0,29610	0,03711	0,10899	-0,03122	0,08021	-0,09979	1,71E-04	-9,58E-04	1,62E-04
5	-0,21373	0,29627	0,03824	0,10803	-0,03234	0,08037	-0,09963	-3,60E-04	1,35E-04	-3,44E-04
6	-0,21409	0,29591	0,03775	0,10817	-0,03186	0,08003	-0,09997	5,04E-05	-2,66E-04	4,81E-05
7	-0,21404	0,29596	0,03806	0,10790	-0,03218	0,08008	-0,09992	-1,01E-04	3,78E-05	-9,64E-05
8	-0,21414	0,29586	0,03792	0,10794	-0,03204	0,07998	-0,10002	1,43E-05	-7,44E-05	1,37E-05
9	-0,21412	0,29588	0,03801	0,10786	-0,03213	0,08000	-0,10000	-2,82E-05	1,06E-05	-2,70E-05
10	-0,21415	0,29585	0,03797	0,10787	-0,03209	0,07997	-0,10003	4,01E-06	-2,08E-05	3,84E-06
11	-0,21415	0,29585	0,03800	0,10785	-0,03212	0,07997	-0,10003	-7,88E-06	2,96E-06	-7,55E-06
12	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10786	-0,03211	0,07996	-0,10004	1,12E-06	-5,82E-06	1,08E-06
13	-0,21415	0,29585	0,03799	0,10785	-0,03212	0,07997	-0,10003	-2,21E-06	8,30E-07	-2,11E-06
14	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	3,15E-07	-1,63E-06	3,01E-07
15	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	-6,18E-07	2,32E-07	-5,91E-07
16	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	8,80E-08	-4,56E-07	8,43E-08
17	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	-1,73E-07	6,50E-08	-1,65E-07
18	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	2,46E-08	-1,28E-07	2,36E-08
19	-0,21416	0,29584	0,03799	0,10785	-0,03211	0,07996	-0,10004	-4,84E-08	1,82E-08	-4,63E-08
20	**-0,2142**	**0,2958**	**0,0380**	**0,1078**	**-0,0321**	**0,0800**	**-0,1000**	6,90E-09	-3,57E-08	6,60E-09

I versi inizialmente posti per i tronchi 1, 5 e 7 erano quindi errati.

Si calcolano ora i carichi ai nodi:

$H_2 = H_1 - K_2 Q_2^2$ $\quad$ H_2 = 75 – (22,71 * 0,2958^2)

$H_3 = H_2 - K_4 Q_4^2$ $\quad$ H_3 = 73,01 – (92,34 * 0,1078^2)

$H_4 = H_3 - K_6 Q_6^2$ $\quad$ H_4 = 71,94 – (204,24 * 0,08^2)

$H_5 = H_1 - K_1 Q_1^2$ $\quad$ H_5 = 75 – (52,41 * 0,2142^2)

Carichi [m]	
$\mathbf{H_2}$	**73,01**
$\mathbf{H_3}$	**71,94**
$\mathbf{H_4}$	**70,63**
$\mathbf{H_5}$	**72,6**

Tutti i carichi sono maggiori del valore minimo H_{min} = 68 m.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°5

Dimensionamento di un acquedotto esterno con diramazione

Una sorgente A alimenta, tramite l'acquedotto illustrato in figura 1, due centri indicati con C e D, il nodo di derivazione è posto in B. Note le portate da addurre ai centri C e D, e note le quote dei nodi A, B, C e D, calcolare l'acquedotto col criterio della massima economia, adottando per il coefficiente di Chezy la formula di Manning, ed ubicare le valvole regolatrici di carico per le condizioni di tubi nuovi.

Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente (H_A)	350	m slm.
Quota del serbatoio del centro C (H_C)	260	m slm.
Quota del serbatoio del centro D (H_D)	230	m slm.
Quota del nodo di derivazione B (z_B)	250	m slm.
Portata da addurre al centro C (Q_C)	0,080	m^3/s
Portata da addurre al centro D (Q_D)	0,110	m^3/s
Coefficiente di scabrezza di Manning (n), a tubi usati	0,016	$\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$
Coefficiente di scabrezza di Manning (n), a tubi nuovi	0,010	$\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$
Distanza L_1 tra la sorgente A e il nodo di derivazione B	3300	m
Distanza L_2 tra il nodo di derivazione B e il centro C	3700	m
Distanza L_3 tra il nodo di derivazione B e il centro D	2650	m

Tabella 1: Dati

Procedimento

Il problema è evidentemente indeterminato in quanto le equazioni a disposizione per risolvere il problema, l'equazione di continuità delle portate al nodo B e le tre equazioni dei carichi ai tronchi AB, BC e BD, non sono sufficienti alla determinazione delle incognite costituite dalla portata Q da prelevare dalla sorgente, dai diametri delle tre condotte e dal carico h_B sul noto B.

La soluzione può essere scelta fra le soluzioni fattibili in base a un criterio di massima economia.Si procede preventivamente alla determinazione della portata Q alla sorgente in base alla continuità delle portate al nodo B; successivamente si passa alla determinazione del carico h_B cui corrisponde la condizione di costo di costruzione totale minimo.

La quota piezometrica h_B sul nodo B può assumere, trascurando in prima approssimazione le perdite di carico, qualsiasi valore compreso tra la quota della sorgente A e la quota del centro C. Se si mantiene alta la quota piezometrica in B risulterà elevato il costo della condotta AB (maggiore diametro per ottenere modeste perdite di carico), e basso il costo delle condotte BC e BD (minori diametri per ottenere elevate perdite di carico); l'inverso accade se la quota piezometrica in B viene tenuta bassa. Tale problema può essere facilmente risolto calcolando l'acquedotto per diverse quote piezometriche h_B sul nodo B, tracciando la curva del peso complessivo delle condotte in funzione di h_B, e trovando, infine, graficamente il minimo della predetta curva; a tale minimo corrisponderà anche il minimo costo dell'acquedotto.

Nell'ipotesi che si adottino tubazioni di acciaio, il peso dei tubi a metro lineare è dato dalla relazione $P = 205,8D - 16,44$ e indicato nella tabella 2.

Se si indicano con i pedici 1, 2 e 3 (e genericamente con x) le grandezze relative rispettivamente ai tronchi AB, BC e BD, e con gli apici $'$ e $''$ le grandezze relative ai diametri commerciali rispettivamente inferiori e superiori ai diametri teorici di ogni singolo tronco, valgono le seguenti relazioni:

$$J_x(teorico) = \frac{\Delta h_x}{L_x} \quad D_x(teorico) = 4\left(\frac{n_u Q_x}{4\pi J_x^{1/2}}\right)^{3/8} \tag{1}$$

D [m]	P [Kg/m]
$0,15$	$14,43$
$0,20$	$24,72$
$0,25$	$35,01$
$0,30$	$45,30$
$0,35$	$55,59$
$0,40$	$65,88$
$0,45$	$76,17$
$0,5$	$86,46$

Tabella 2: Peso dei tubi in acciaio in funzione del loro diametro

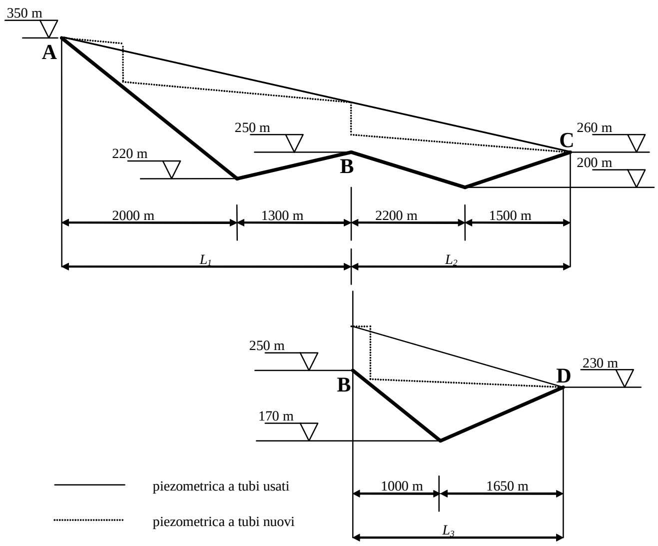


Figura 1: Profilo altimetrico dell'acquedotto con diramazione nel punto B

$$\gamma\left(D_x\right) = \frac{n_u^2}{16\pi^2 R_x^{16/3}} \tag{2}$$

$$L'_x = \frac{\frac{\Delta h_x}{Q_x^2} - L_x \gamma\left(D''_x\right)}{\gamma(D'_x) - \gamma(D''_x)} \quad L''_x = L_x - L'_x \tag{3}$$

Facendo variare la quota piezometrica h_B del nodo B da un valore di poco inferiore al carico in A fino ad un valore di poco superiore al massimo fra il carico in C e in D (ad esempio partendo da 340 m slm. fino ad arrivare a 270 m slm., con decrementi di 10 m), si tabuli ad ogni passo e per i tre tronchi: la pendenza piezometrica teorica, il diametro teorico, i diametri commerciali immediatamente inferiori e superiori a quello teorico, le loro corrispondenti lunghezze e i loro pesi.

Si determini poi ad ogni passo il corrispondente peso complessivo delle condotte dell'acquedotto graficandolo in funzione della corrispondente quota piezometrica del nodo B. Il punto di minimo della curva P(h_B) determinerà la soluzione di minor costo.

Successivamente si dovranno calcolare le pendenze piezometriche a tubi nuovi mediante la:

$$J_x = \gamma\left(D_x\right) Q_x^2 \quad \gamma\left(D_x\right) = \frac{n_{nuovi}^2}{16\pi^2 R_x^{16/3}} \tag{4}$$

Note le pendenze piezometriche a tubi nuovi, le valvole regolatrici di carico dovranno essere posizionate lungo le condotte BC e BD in modo da mantenere sempre lo stesso carico sul nodo di ripartizione, e lungo la condotta AB per raccordare la piezometrica alla quota della sorgente.

ESERCITAZIONE 5

Dimensionamento di un acquedotto esterno con diramazione

Dati:

Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente (H_a):	350	m slm.
Quota del serbatoio del centro C (H_c):	260	m slm.
Quota del serbatoio del centro D (H_d):	230	m slm.
Quota del nodo di derivazione B (z_b):	250	m slm.
Portata da addurre al centro C (Q_c):	0,080	m^3/s
Portata da addurre al centro D (Q_d):	0,110	m^3/s
Coeff. di scabrezza di Manning a tubi usati (n_u):	0,016	$m^{-1/3}s$
Coeff. di scabrezza di Manning a tubi nuovi (n_n):	0,010	$m^{-1/3}s$
Distanza L_1 tra sorgente A e nodo di derivazione B:	3300	m
Distanza L_2 tra il nodo di derivazione B e il centro C:	3700	m
Distanza L_3 tra il nodo di derivazione B e il centro D:	2650	m

Il problema è evidentemente indeterminato in quanto le equazioni a disposizione per risolvere il problema, l'equazione di continuità delle portate al nodo B e le tre equazioni dei carichi ai tronchi AB, BC e BD, non sono sufficienti alla determinazione delle incognite costituite dalla portata Q da prelevare dalla sorgente, dai diametri delle tre condotte e dal carico H_b sul nodo B.
La soluzione può essere scelta fra le soluzioni fattibili in base a un criterio di massima economia.
Si procede preventivamente alla determinazione della portata Q alla sorgente in base alla continuità delle portate al nodo B:

$Q_A = Q_C + Q_D$ $\qquad$ $Q_A = 0{,}080 + 0{,}110$

$$\boxed{Q_A = 0{,}19\ m^3/s}$$

Si determina ora il carico H_b a cui corrisponde la condizione di costo di costruzione totale minimo.
La quota può assumere, trascurando in prima approssimazione le perdite di carico, qualsiasi valore compreso tra la quota della sorgente A e la quota del centro C:

$h_c < h_b < h_a$ $\qquad$ $260 < h_b < 350$ $\qquad$ $\boxed{270\ m < h_b < 340\ m}$

Se si mantiene alta la quota piezometrica in B risulterà elevato il costo della condotta AB (maggiore) diametro per ottenere modeste perdite di carico), e basso il costo delle condotte BC e BD (minori diametri per ottenere elevate perdite di carico). E' possibile risolvere il problema minimizzando una funzione di costo che consideri gli oneri di costruzione delle condotte al variare di h_b .

Questa funzione sarà dipendente dal peso delle condotte e, nell'ipotesi che si adottino tubazioni di acciaio, il peso dei tubi a metro lineare è dato dalla relazione :

$P[Kg]=205,8\text{D}-16,44$ dalla quale,considerando diversi diametri commerciali, si ricava:

D [m]	**P [Kg/m]**
0,15	14,43
0,2	24,72
0,25	35,01
0,3	45,3
0,35	55,59
0,4	65,88
0,45	76,17
0,5	86,46

Se si indicano con i pedici x le grandezze relative rispettivamente ai tronchi AB, BC e BD, e con gli apici ' e '' le grandezze relative ai diametri commerciali rispettivamente inferiori e superiori ai diametri teorici di ogni singolo tronco, valgono le seguenti relazioni:

$$J_x(th)=\frac{\Delta h_x}{L_x} \;\; ; \;\; D_x(th)=4\left(\frac{n_u Q_x}{4\pi J_x^{1/2}}\right)^{3/8} \;\; ; \;\; \gamma(D_x)=\frac{n_u^2}{16\, pi^2 R_x^{16/3}}$$

$$L_x'=\frac{\frac{\Delta h_x}{Q_x^2}-L_x\gamma(D_x'')}{\gamma(D_x')-\gamma(D_x'')} \;\; ; \;\; L_x''=L_x-L_x'$$

Facendo variare la quota piezometrica h_B del nodo B da un valore di poco inferiore al carico in A fino ad un valore di poco superiore al massimo fra il carico in C e in D (ad esempio partendo da 340 m slm. fino ad arrivare a 270 m slm., con decrementi di 10 m), si possono tabulare ad ogni passo e per i tre tronchi: la pendenza piezometrica teorica, il diametro teorico, i diametri commerciali immediatamente inferiori e superiori a quello teorico, le loro lunghezze e pesi.

Condotta	H_b	*J(th)*	*D(th)*	*D′*	*J′*	*L′*	*D″*	*J″*	*L″*
AB	270	0,024242	0,353923	0,35	0,025727	2926,155	0,40	0,012621	373,845
	280	0,021212	0,362896	0,35	0,025727	2163,142	0,40	0,012621	1136,858
	290	0,018182	0,373538	0,35	0,025727	1400,129	0,40	0,012621	1899,871
	300	0,015152	0,386528	0,35	0,025727	637,115	0,40	0,012621	2662,885
	310	0,012121	0,403043	0,4	0,012621	3019,718	0,45	0,006734	280,282
	320	0,009091	0,425381	0,4	0,012621	1321,057	0,45	0,006734	1978,943
	330	0,006061	0,458981	0,45	0,006734	2532,132	0,50	0,003839	767,868
	340	0,003030	0,522682	0,5	0,003839	1555,103	0,55	0,002309	1744,897
BC	270	0,002703	0,386083	0,35	0,004561	740,714	0,40	0,002238	2959,286
	280	0,005405	0,339029	0,3	0,010378	537,073	0,35	0,004561	3162,927
	290	0,008108	0,314210	0,3	0,010378	2256,184	0,35	0,004561	1443,816
	300	0,010811	0,297711	0,25	0,027442	93,846	0,30	0,010378	3606,154
	310	0,013514	0,285511	0,25	0,027442	679,879	0,30	0,010378	3020,121
	320	0,016216	0,275916	0,25	0,027442	1265,913	0,30	0,010378	2434,087
	330	0,018919	0,268055	0,25	0,027442	1851,946	0,30	0,010378	1848,054
	340	0,021622	0,261427	0,25	0,027442	2437,979	0,30	0,010378	1262,021
BD	270	0,015094	0,315122	0,3	0,019621	1559,277	0,35	0,008623	1090,723
	280	0,018868	0,302209	0,3	0,019621	2468,559	0,35	0,008623	181,441
	290	0,022642	0,292053	0,25	0,051882	248,116	0,30	0,019621	2401,884
	300	0,026415	0,283732	0,25	0,051882	558,084	0,30	0,019621	2091,916
	310	0,030189	0,276717	0,25	0,051882	868,052	0,30	0,019621	1781,948
	320	0,033962	0,270673	0,25	0,051882	1178,020	0,30	0,019621	1471,980
	330	0,037736	0,265378	0,25	0,051882	1487,988	0,30	0,019621	1162,012
	340	0,041509	0,260678	0,25	0,051882	1797,956	0,30	0,019621	852,044

Si determina poi ad ogni passo il corrispondente peso complessivo delle condotte dell'acquedotto e lo si grafica in funzione della corrispondente quota piezometrica del nodo B. Il punto di minimo della curva $P(h_b)$ determinerà la soluzione di minor costo:

$$P_x = P[D_x'] L_x' + P[D_x''] L_x''$$

$$P_t = P_{AB} + P_{BC} + P_{BD}$$

Calcolo dei costi per ogni condotta:

Hb	*Costi di costruzione [€]*		
	AB	**BC**	**BD**
270	187293,86	236134,05	131268,54
280	195145,27	200156,52	121912,03
290	202996,68	182466,87	117491,89
300	210848,09	166644,32	114302,32
310	220288,1	160614,04	111112,74
320	237767,32	154583,76	107923,17
330	259262,36	148553,48	104733,6
340	303272,99	142523,19	101544,03

Costi totali:

H_b	**Costi totali [€]**
270	**554696,45**
280	**517213,82**
290	**502955,43**
300	**491794,73**
310	**492014,88**
320	**500274,25**
330	**512549,44**
340	**547340,21**

Scelta finale dei diametri e delle lunghezze:

Condotta:	**Valori**
AB	**D' = 0,35 m; L' = 637,115 m** **D'' = 0,4 m; L'' = 2662,9 m**
BC	**D' = 0,25 m; L' = 93,846 m** **D'' = 0,3 m; L'' = 3606,02 m**
BD	**D' = 0,25 m; L' = 558,08 m** **D'' = 0,3 m; L'' = 2091,92 m**

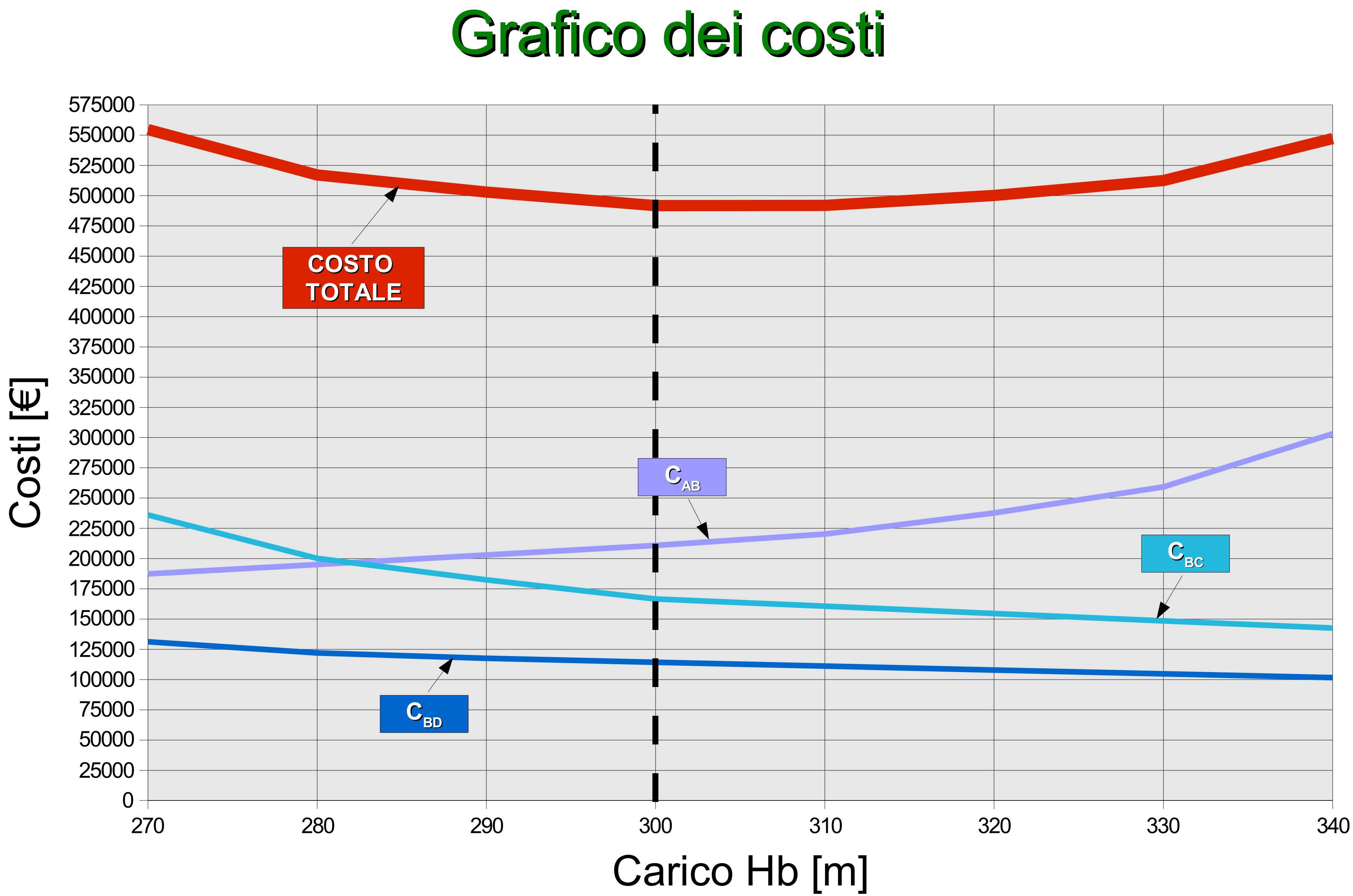


Grafico dei costi
575000
550000
525000
500000
475000
450000
425000
400000
375000
350000
325000
300000
275000
250000
225000
200000
175000
150000
125000
100000
75000
50000
25000
0
Costi [€]
COSTO TOTALE
C AB
C BC
C BD
270
280
290
300
310
320
330
340
Carico Hb [m]

Si calcolano ora le pendenze piezometriche considerando i tubi nuovi:

$$J_{x,n}=\gamma(D_x)Q_x^2 \;\;;\;\; \gamma(D_x)=\frac{n_n^2}{16\pi^2 R_x^{16/3}}$$

e quindi il carico che le valvole regolatrici dovranno dissipare:

$$h_v=\Delta H-\Delta H'=(J_x' L_x'+J_x'' L_x'')-(J_{x,n}' L_x'+J_{x,n}'' L_x'')$$

Condotta	$J_{x,n}'$	$J_{x,n}''$	h_v **[m]**
AB	0,010050	0,004930	**30,47**
BC	0,010719	0,004054	**24,38**
BD	0,020267	0,007664	**40,66**

Le valvole regolatrici di carico dovranno essere posizionate lungo le condotte BC e BD in modo da mantenere sempre lo stesso carico sul nodo di ripartizione e lungo la condotta AB per raccordare la piezometrica alla quota della sorgente.
Si fissa quindi un sistema di riferimento (come nell'esercitazione 3) e si risolve un sistema di equazioni per determinare il punto di posizionamento (per le condotte BC e BD si considera l'origine dell'asse X nel nodo B).

Output di Maple:

```
sistemaAB := {Yab = 350 - ((350 - 220) / 2000) * Xab, Yab = (350 - 30.47)
- (0.01005 * Xab) - 5};
```

$$sistemaAB := \left\{ Yab = 350 - \frac{13}{200} Xab,\ Yab = 314.53 - 0.01005\, Xab \right\}$$

```
solve(sistemaAB);
```

$$\{Yab = 308.0427662,\ Xab = 645.4959054\}$$

```
sistemaBC := {Ybc = 250 - ((250 - 200) / 2200) * Xbc, Ybc = (300 - 24.38)
- (0.010719 * Xbc) -5};
```

$$sistemaBC := \left\{ Ybc = 270.62 - 0.010719\, Xbc,\ Ybc = 250 - \frac{1}{44} Xbc \right\}$$

```
solve(sistemaBC);
```

$$\{Xbc = -1717.149541,\ Ybc = 289.0261259\}$$

```
sistemaBD := {Ybd = 250 - ((250 - 170) / 1000) * Xbd, Ybd = (300 - 40.66)
- (0.020267 * Xbd) - 5};
```

$$sistemaBD := \left\{ Ybd = 250 - \frac{2}{25} Xbd,\ Ybd = 254.34 - 0.020267\, Xbd \right\}$$

```
solve(sistemaBD);
```

$$\{Ybd = 255.8125324,\ Xbd = -72.65665545\}$$

$\mathbf{X_{AB} = 645\ m}$
$\mathbf{X_{BC} = 0\ m}$
$\mathbf{X_{BD} = 0\ m}$

→ Le valvole per le condotte BC e BD si possono posizionare a valle del partitore

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DELL'INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI INFRASTRUTTURE IDRAULICHE - II modulo
a.a. 2005-2006

Esercitazione n°6

Dimensionamento di un acquedotto con sollevamento

Un acquedotto preleva l'acqua da una sorgente posta in un fondo valle e deve alimentare con una portata Q un centro abitato, il cui serbatoio è posto a quota superiore a quella della sorgente. Calcolare l'acquedotto col criterio della massima economia, nell'ipotesi che il sollevamento sia continuo nelle 24 ore, noti il costo dell'energia elettrica, il costo delle tubazioni, il tasso di capitalizzazione ed il rendimento delle pompe.

Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente	150	m slm
Quota del serbatoio terminale	260	m slm
Portata di progetto Q	$0,028$	m^3/s
Coefficiente di scabrezza di Manning (n), a tubi usati	$0,016$	
Distanza L tra la sorgente e il serbatoio terminale	9000	m
Costo dell'energia elettrica K_e	$0,02$	Euro/Kwh
Costo delle tubazioni in acciaio K_t	$0,45$	Euro/Kg
Tasso di capitalizzazione τ	$0,08$	
Rendimento delle pompe η	$0,60$	

Tabella 1: Dati

Procedimento

Il problema di dimensionamento dell'acquedotto con sollevamento è per sua natura indeterminato, essendo possibili soluzioni del problema tutti i diametri commerciali D che garantiscono velocità in condotta incluse fra i valori limite $0,5$ e $1,5$ m/s. Adottando per la condotta un diametro piccolo si realizza una elevata perdita di carico J e di conseguenza è necessaria un'elevata potenza N per il sollevamento; adottando invece un diametro grande si realizza una perdita di carico J limitata e di conseguenza è necessaria una potenza N limitata per il sollevamento. Ne segue che il costo annuo del sollevamento, che è proporzionale alla potenza necessaria per il sollevamento, è tanto minore quanto maggiore è il diametro; di contro il costo della condotta è tanto minore quanto minore è il diametro. Il problema può essere reso determinato imponendo la scelta della soluzione di minimo costo complessivo, dato dalla somma del costo sollevamento e del costo della condotta, in funzione della pendenza piezometrica J, o del diametro D.

Nota la portata di progetto e il profilo altimetrico della condotta indicato in figura 1 occorre anzitutto determinare la potenza necessaria per il sollevamento, espressa in Kw:

$$N = g\frac{Qh}{\eta} \tag{1}$$

dove g è l'accelerazione di gravità, Q è la portata di progetto, η è il rendimento delle pompe, h è la prevalenza dell'impianto, ed è pari a:

$$h = h_0 + JL \tag{2}$$

con h_0 prevalenza geodetica, pari al dislivello tra la quota di arrivo in serbatoio e di presa alla sorgente, J pendenza piezometrica nella condotta, L distanza tra sorgente e serbatoio terminale.

Per il calcolo delle perdite di carico si adoperi la formula di Chezy, valida per moti assolutamente turbolenti:

$$Q = \Omega\chi\sqrt{RJ} \tag{3}$$

dove Ω è l'area della sezione bagnata, χ è il parametro di resistenza di Chezy e J la pendenza piezometrica. Si utilizzi per il parametro di resistenza di Chezy χ l'espressione di Manning, avendo indicato con n l'indice di scabrezza di Manning:

$$X = \frac{1}{n} R^{1/6} \tag{4}$$

dove R è il raggio idraulico della sezione, $R = \Omega/C$ (avendo indicato con C il contorno bagnato della sezione), che per condotte circolari è pari a $R = D/4$. Sostituendo χ nella (3) secondo la (4) si ricava:

$$Q = \frac{4\pi}{n} R^{8/3} J^{1/2} \tag{5}$$

Esplicitando J dalla (5) si ottiene poi l'espressione della caratteristica unitaria della condotta $\gamma(D)$ e della perdita di carico J:

$$\gamma(D) = \frac{n^2}{16\pi^2 R^{16/3}} \qquad J = \frac{n^2}{16\pi^2 R^{16/3}} Q^2 = \gamma(D) Q^2 \tag{6}$$

L'energia annua necessaria al sollevamento continuo nelle 24 ore (in kWh) è dato dal prodotto della potenza per il numero di ore d funzionamento annue:

$$E = N \cdot 365 \cdot 24 = N \cdot 8760 \tag{7}$$

Il costo annuo del sollevamento è quindi:

$$c_s = K_e E$$

avendo indicato con K_e il costo dell'energia elettrica. Tale costo può essere capitalizzato dividendolo per il tasso di capitalizzazione τ:

$$C_s = \frac{c_s}{\tau} = K_e g \frac{Qh}{\eta\tau} 8760 \tag{8}$$

Il costo della condotta C_c può essere calcolato moltiplicando il suo peso P per il costo dei tubi al Kg, avendo indicato nella tabella 2 il peso a metro lineare dei tubi di acciaio in funzione del diametro D.

Graficando, in funzione della pendenza piezometrica J corrispondente ai prefissati diametri della tabella 2, il costo della condotta $C_c(J)$, il costo del sollevamento $C_s(J)$ ed il costo totale $C_t(J) = C_c(J) + C_s(J)$ si individua il valore di J (e quindi di D) per cui il costo totale è minimo, e per questo valore si dimensiona la condotta.

Si dovrà infine controllare che la velocità dell'acqua nella condotta ($V = Q/\Omega$) risulti compresa tra 0,5 e 1,5 m/s.

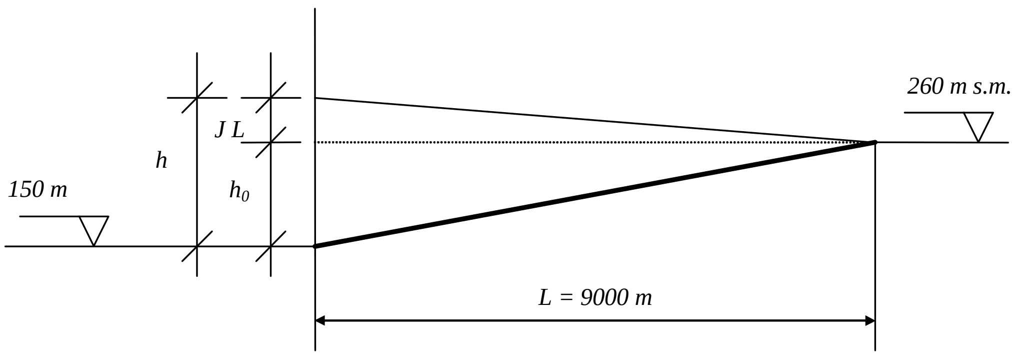


Figura 1: Profilo dell'acquedotto con sollevamento.

D [m]	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
P [Kg/m]	14,43	24,72	35,01	45,30	55,59	65,88

Tabella 2: Peso al metro lineare dei tubi di acciaio in funzione del diametro

ESERCITAZIONE 6

Dimensionamento di un acquedotto con sollevamento

Dati:

Quota della presa dell'acquedotto dalla sorgente:	150	m slm.
Quota del serbatoio terminale:	260	m slm.
Portata di progetto Q:	0,028	m^3/s
Coeff. di scabrezza di Manning a tubi usati (n_u):	0,016	$m^{-1/3}s$
Distanza L tra sorgente e serbatoio terminale:	9000	m
Costo dell'energia elettrica K_e:	0,02	€ / Kwh
Costo delle tubazioni in acciaio K_t:	0,45	€ / Kg
Tasso di capitalizzazione τ:	0,02	€ / Kwh
Rendimento delle pompe η:	0,45	€ / Kg

Il problema è indeterminato poiché per il dimensionamento sarebbero adatti tutti i diametri commerciali che soddisfano la seguente condizione:

$V_{min} \leqslant V \leqslant V_{max}$ ovvero $0{,}5\, m/s \leqslant V \leqslant 1{,}5\, m/s$. Essendo $V = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{(\pi \frac{D^2}{4})}$ si ha che i diametri devono essere compresi tra: $0{,}15\, m \leqslant D \leqslant 0{,}27\, m$

Quindi: $\boldsymbol{D_x = [0{,}15 ; 0{,}20 ; 0{,}25]\, m}$

Per rendere il problema determinato si può adottare il criterio di massima economia, minimizzando una funzione di costo che consideri i costi di costruzione dell'impianto e quelli d'esercizio:

$$C_t(D) = C_e(D) + C_c(D)$$

Il costo di costruzione (C_c) è dato da:

$C_c = K_t \cdot P(D) = K_t\, p(D) L$ con p(d) = peso per unità di lunghezza (valori elencati in Tabella 2).

Il costo di esercizio è dato da:

$$C_e = \frac{K_e \cdot E}{\tau}$$

dove E, energia annua necessaria al sollevamento continuo nelle 24 ore, è data da E = N T con N = potenza della pompa e T = durata dell'intero anno con l'ipotesi di funzionamento continuo; in ore, essa è data da T = 365 * 24 = 8760 h.

La potenza è data da :

$N = g \frac{Q h}{\eta}$ con g = accellerazione di gravità, Q = portata di progetto, η = rendimento della pompa e h è la prevalenza dell'impianto:

$h = h_0 + JL$ con h_0 = prevalenza geodetica, J = pendenza piezometrica nella condotta e L = distanza tra sorgente e serbatoio terminale.

Per il calcolo di J si può applicare la formula di Chezy valida per moti assolutamente turbolenti:

$Q = \Omega \chi \sqrt{R J}$ utilizzando per χ l'espressione di Manning:

$\chi = \frac{1}{n} R^{1/6}$ e considerando il raggio idraulico per le condotte circolari: $R = \frac{D}{4}$

Si ha quindi:

$$J = \frac{n^2}{16\pi^2 R^{16/3}} Q^2$$

Calcolati i costi si otterrà per via grafica il valore di diametro che renderà minima la funzione.

D_x	$P(D_x)$ [Kg]	**Cc [€]**	JL [m]	N [Kw]	**C_e [€]**	**C_t [€]**
0,15	14,43	**58441**	460,8	261,05	**571690,4**	**630131,4**
0,2	24,72	**100116**	99,36	95,75	**209686,6**	**309802,6**
0,25	35,01	**141790**	30,23	64,13	**140448,8**	**282238,8**

La scelta migliore risulta quindi il diametro pari a 0,25 m .