

HOMEWORK N° 1

VERIFICA A PRESSOFLESSIONE ALLO SLU DI SEZIONI IN C.A.

Si deve realizzare un edificio industriale con struttura portante costituita da una serie di telai paralleli il cui modello di calcolo è illustrato nella figura sottostante. **In particolare si ipotizzi la trave infinitamente rigida (flessionalmente) rispetto ai pilastri.** Le azioni agenti su ognuno dei telai sono costituite da un carico distribuito verticale di calcolo $p_d = 50 \text{ kN/m}$ e da una forza orizzontale (equivalente al sisma) di calcolo pari a $F_d = 40 \text{ kN}$.

Si richiede la verifica allo SLU per pressoflessione dei pilastri. A tal fine si utilizzino i seguenti dati:

Pilastro

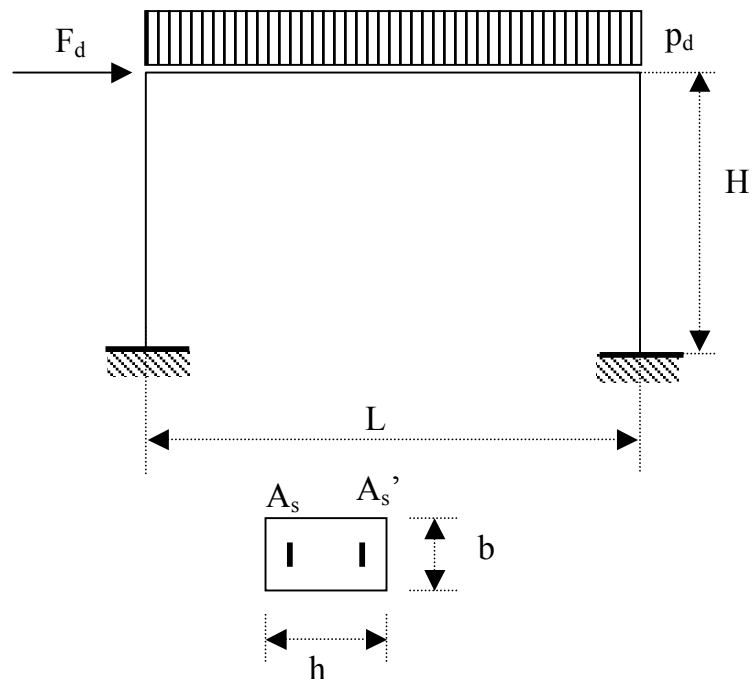
$b = 25 \text{ cm}$
 $h = 40 \text{ cm}$
 $d' = 3 \text{ cm}$
 $A_s = 8 \text{ 20}$
 $A'_s = 8 \text{ 20}$

Dimensioni Telaio

$H = 3 \text{ m}$
 $L = 6 \text{ m}$

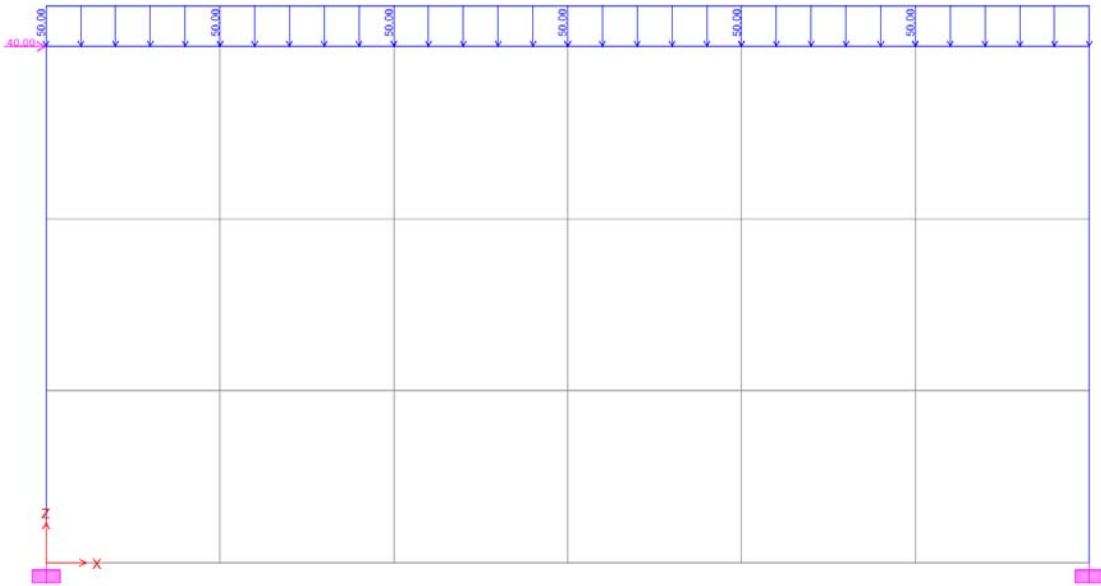
Proprietà dei materiali

Calcestruzzo: classe C30/37
Acciaio: $f_{yk} = 430 \text{ MPa}$



ESERCITAZIONE 1 - PRESSOFLESSIONE - VERIFICA ALLO SLU

Verificare allo stato limite ultimo i pilastri in c.a. del seguente telaio (larghezza 6m, altezza 3m):



Sezione rettangolare alta 40 cm, larga 25 cm, 3cm di copriferro, armature inferiori e superiori pari a $8\phi 20$, calcestruzzo $f_{ck} = 30$ MPa, acciaio $f_{yk} = 430$ MPa:

$$f_{ck} := 30 \quad f_{yk} := 430 \quad b := 250 \quad h := 400 \quad d_p := 30 \quad d := h - d_p \quad \delta_c := \frac{d_p}{d}$$

1) Analisi statica:

E' il modello del telaio "shear type", ovvero con trave infinitamente rigida rispetto ai montanti (struttura 3 volte iperstatica). La deformazione avviene mantenendo i nodi elastici e quindi con traslazione della trave. I montanti sono assimilabili a due mensole (incastro alla base e trave schematizzabile con il vincolo del glifo) pertanto per determinare le reazioni dei vincoli soggette alla forza $F = 40$ KN si considera lo schema di forza pari a $F/2$ applicata in testa ad una mensola incastrata alla base alta $h/2$:

$$F_a := 40 \text{ kN} \quad h_{pil} := 3 \text{ m} \quad d_i := 6 \text{ m} \quad Q := 50 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_i := \frac{F_a \cdot h_{pil}}{2} \quad M_i = 3 \times 10^4 \text{ J} \quad M_i = 30 \text{ KN m} \quad T_b := \frac{F_a}{2} \quad T_b = 2 \times 10^4 \text{ N} \quad T_b = 20 \text{ KN}$$

Per determinare le reazioni verticali si sommano gli effetti del peso del carico (essendo in analisi statica e non di instabilità si avrà solo l'accorciamento dei montanti) più l'effetto "tira e spingi" della forza F .

Peso del carico:

$$Q \cdot \frac{d_i}{2} = 1.5 \times 10^5 \text{ N} \quad N_1 = 150 \text{ KN}$$

Effetto tira e spingi:

Per effetto della forza F nasceranno delle reazioni verticali alla base tali da bilanciare il momento dato dalla sollecitazione esterna. Lo schema equivalente è quello di una trave appoggiata con agente un momento pari a $(F_a \times h) - M_i - M_i = 60$ KN m.

$$N_i := \frac{(F_a \cdot h_{pil}) - M_i - M_i}{d_i} \quad N_i = 1 \times 10^4 \text{ N} \quad N_i = 10 \text{ KN}$$

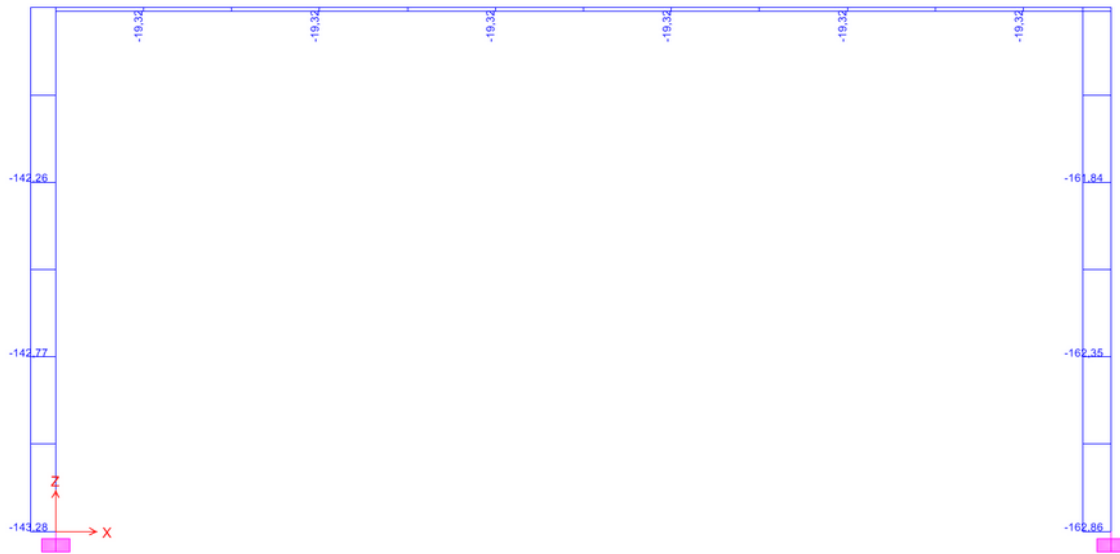
N_i sarà diretto verso l'alto nel montante di sinistra (è "tirato" dalla Forza) e verso il basso in quello di destra (dove è "spinto").

Reazioni totali sui pilastri:

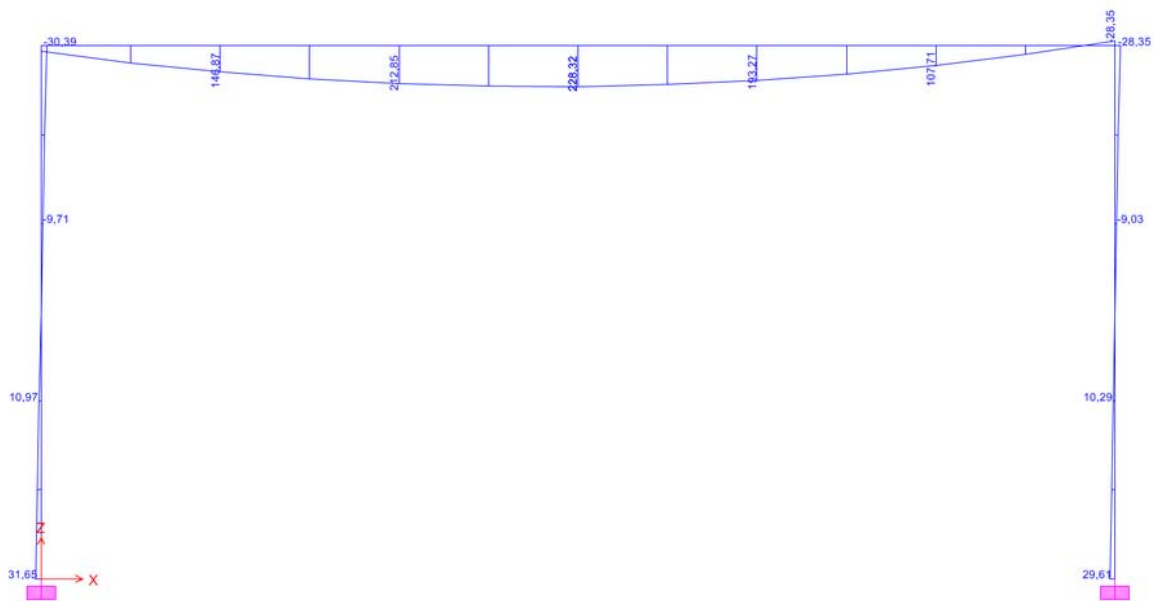
$$\begin{aligned} N_{i1} &:= 150 - 10 & N_{i1} &= 140 \text{ KN} & M_b &= 30 \text{ KN m} \\ N_{i2} &:= 150 + 10 & N_{i2} &= 150 \text{ KN} \end{aligned}$$

Verifica con SAP2000:

Sforzo assiale:



Momento:



2) Resistenze e deformazioni di calcolo

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{1.6}$$

$$f_{cd} = 15.938 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{cu} := 3.5 \times 10^{-3}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15}$$

$$f_{yd} = 373.913 \text{ MPa}$$

$$E_{acc} := 205000$$

$$\epsilon_{yd} := \frac{f_{yd}}{E_{acc}}$$

$$\epsilon_{yd} = 1.824 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{su} := 10^{-2}$$

$$\alpha_3 := \frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{yd}}$$

$$\alpha_3 = 5.483$$

3) Percentuali meccaniche d'armatura

$$A_s := 8 \cdot \left(\frac{20}{2}\right)^2 \cdot \pi \quad A_s = 2.513 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} := A_s \quad A_{sc} = 2.513 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$\mu := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad \mu = 0.637 \quad \delta_c = 0.081$$

4) Influenza sforzo assiale

Sforzo assiale ridotto di calcolo:

$$n_{1d} := \frac{N_{i1} \cdot 1000}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad n_{1d} = 0.095 \quad n_{2d} := \frac{N_{i2} \cdot 1000}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad n_{2d} = 0.109$$

Compatibilità con N_{max} :

$$n_{max} := 0.8 \cdot (1 + \delta_c) + 2 \cdot \mu \quad n_{max} = 2.14 \quad \text{VERIFICATI}$$

Limite regione interamente compressa 0 e regione fortemente armata 1:

$$n_0 := 0.8 + \mu \quad n_0 = 1.437$$

Entrambi i valori sono inferiori a questo limite, quindi devo indagare le altre regioni.

Limite regione fortemente armata 1 e normalmente armata 2:

Valuto la deformazione dell' A_s '.

$$y_{c2} := \frac{\varepsilon_{cu} \cdot d}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \quad K_{r2} := \frac{y_{c2}}{d} \quad \varepsilon_{s_r1} := \varepsilon_{cu} \cdot \frac{K_{r2} - \delta_c}{K_{r2}}$$

$$y_{c2} = 243.24 \quad K_{r2} = 0.657 \quad \varepsilon_{s_r1} = 3.068 \times 10^{-3} \quad \varepsilon_{s_r1} > \varepsilon_{yd} \quad \text{Armatura superiore snervata}$$

Calcolo limite:

$$n_1 := 0.81 \cdot K_{r2} + \mu - \mu \quad n_1 = 0.532$$

Entrambi i valori sono inferiori a questo limite, quindi devo indagare le altre regioni.

Limite regione normalmente armata 2 e regione debolmente armata 3:

Valuto la deformazione dell' A_s '.

$$K_{r3} := 0.259 \quad \varepsilon_{s_r2} := \varepsilon_{cu} \cdot \frac{K_{r3} - \delta_c}{K_{r3}} \quad \varepsilon_{s_r2} = 2.404 \times 10^{-3} \quad \varepsilon_{s_r2} > \varepsilon_{yd} \quad \text{Armatura superiore snervata}$$

Calcolo limite:

$$n_2 := 0.8 \cdot K_{r3} - \mu + \mu \quad n_2 = 0.207$$

Entrambi i valori sono inferiori a questo limite, quindi devo indagare le altre regioni.

Essendo il limite tra la regione 3 e 4 un valore negativo, si ha che entrambi i pilastri collassano in **zona 3**.

5) Posizione asse neutro (distanza da bordo superiore)

Ipotizzo che l'armatura superiore compressa sia snervata:

$$K3_1 := \frac{n1d + \mu - \mu}{0.81} \quad K3_1 = 0.117 \quad \text{Quindi} \quad yc_p1 := K3_1 \cdot d \quad yc_p1 = 43.379 \text{ mm}$$

$$K3_2 := \frac{n2d + \mu - \mu}{0.81} \quad K3_2 = 0.134 \quad \text{Quindi} \quad yc_p2 := K3_2 \cdot d \quad yc_p2 = 49.576 \text{ mm}$$

Verifica ipotesi:

$$\frac{\epsilon_{s_r3_p1}}{yc_p1 - dp} = \frac{\epsilon_{su}}{d - yc_p1} \text{ solve, } \epsilon_{s_r3_p1} \rightarrow .40962891044787181219e-3 \quad \text{IPOTESI CONTRADDETTA}$$

$$\frac{\epsilon_{s_r3_p2}}{yc_p2 - dp} = \frac{\epsilon_{su}}{d - yc_p2} \text{ solve, } \epsilon_{s_r3_p2} \rightarrow .61095288100508434882e-3 \quad \text{IPOTESI CONTRADDETTA}$$

In entrambi i casi le armature non sono snervate, va quindi risolta l'equazione di secondo grado in K:

$$0.8 \cdot Kp1^2 - Kp1 \cdot (n1d + 0.8 + \mu + \mu \cdot \alpha3) + \mu \cdot \alpha3 \cdot \delta c + \mu + n1d = 0 \text{ solve, } Kp1 \rightarrow \begin{pmatrix} .20900586682946901367 \\ 6.0751132032419036620 \end{pmatrix}$$

$$0.81 \cdot Kp2^2 - Kp2 \cdot (n2d + 0.8 + \mu + \mu \cdot \alpha3) + \mu \cdot \alpha3 \cdot \delta c + \mu + n2d = 0 \text{ solve, } Kp2 \rightarrow \begin{pmatrix} .21138183200406439912 \\ 6.0119042960715564447 \end{pmatrix}$$

Si escludono le soluzioni per cui $K > 1$.

Asse neutro:

$$ycp1 := 0.209005d \quad ycp1 = 77.332 \text{ mm}$$

$$ycp2 := 0.21128d \quad ycp2 = 78.174 \text{ mm}$$

Verifica ipotesi:

$$\epsilon_{s_p1_1} := \frac{(ycp1 - dp) \cdot \epsilon_{su}}{d - ycp1} \quad \epsilon_{s_p1_1} = 1.617 \times 10^{-3} \quad \text{IPOTESI VERIFICATA}$$

$$\epsilon_{s_p2_2} := \frac{(ycp2 - dp) \cdot \epsilon_{su}}{d - ycp2} \quad \epsilon_{s_p2_2} = 1.651 \times 10^{-3} \quad \text{IPOTESI VERIFICATA}$$

6) Momento ultimo

$$Mu1 := 0.81 \cdot b \cdot ycp1 \cdot fcd \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.416 \cdot ycp1 \right) + As \cdot \epsilon_{s_p1_1} \cdot Eacc \cdot \left(\frac{h}{2} - dp \right) + As \cdot fy_d \cdot \left(\frac{h}{2} - dp \right)$$

$$Mu2 := 0.81 \cdot b \cdot ycp2 \cdot fcd \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.416 \cdot ycp2 \right) + As \cdot \epsilon_{s_p2_2} \cdot Eacc \cdot \left(\frac{h}{2} - dp \right) + As \cdot fy_d \cdot \left(\frac{h}{2} - dp \right)$$

$$Mu1 = 3.433 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm} \quad \mathbf{Mu_1 = 343 \text{ KN m}}$$

$$\mathbf{Md = 30 \text{ KN m}}$$

$$Mu2 = 3.466 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm} \quad \mathbf{Mu_2 = 346 \text{ KN m}}$$

PILASTRI ENTRAMBI VERIFICATI

Mattia Campolese

HOMEWORK N° 2

PROGETTO ALLO STATO LIMITE ULTIMO DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE IN C.A. NORMAL SOGGETTA A TORSIONE

Con riferimento all'Eurocodice 2 si dimensiona allo stato limite ultimo una sezione rettangolare in c.a. soggetta ad un momento torcente $M_t=46$ kNm. A tale scopo di utilizzo un calcestruzzo di classe C20/25 e un acciaio con resistenza caratteristica allo snervamento $f_{yk}=430$ MPa.

Si richiede inoltre il dimensionamento delle armature longitudinali e trasversali della trave.

ESERCITAZIONE 2 - TORSIONE

Dimensionamento di una trave e relative armature longitudinali e trasversali allo SLU soggetta a momento torcente secondo le prescrizioni dell' EC2.

1) Dati e resistenze di calcolo

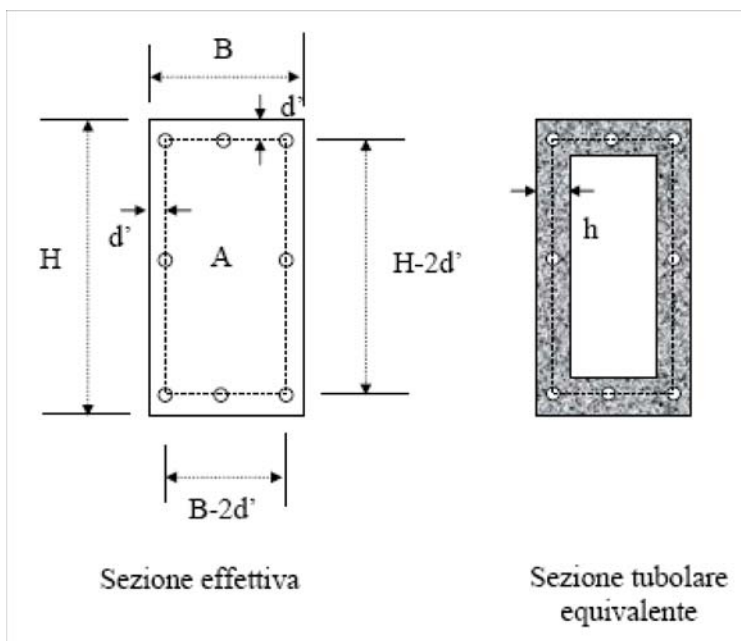
Azione: $M_t := 46 \text{ KNm}$

Calcestruzzo di classe C20/25, quindi: $f_{ck} := 20 \text{ MPa}$

$$\alpha_{cc} := 0.85 \quad \gamma_c := 1.5 \quad f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad f_{cd} = 11.333 \text{ MPa}$$

$$\text{Acciaio: } f_{yk} := 430 \text{ MPa} \quad \text{quindi} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} \quad f_{yd} = 373.913 \text{ MPa}$$

2) Predimensionamento sezione



Ipotizzo questa sezione:

Larghezza: Altezza: Copriferro:

$$B := 35 \text{ cm} \quad H_s := 75 \text{ cm} \quad d_p := 3 \text{ cm}$$

3) Sezione tubolare equivalente

Secondo l'EC2 si definisce una sezione tubolare equivalente data dall'area racchiusa dal poligono individuato dalle armature A e il suo perimetro P.

$$\text{Area} := (H_s - 2d_p) \cdot (B - 2 \cdot d_p) \quad \text{Area} = 2.001 \times 10^3 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perimetro} := 2 \cdot [(H_s - 2 \cdot d_p) + (B - 2 \cdot d_p)] \quad \text{Perimetro} = 196 \text{ cm}$$

Lo spessore h di questa sezione deve rispettare la prescrizione:

$$2 \cdot d_p \leq h \leq \frac{\text{Areatot}}{\text{Perimetro}} \quad \text{con} \quad \text{Areatot} := B \cdot H_s \quad \text{quindi} \quad \frac{\text{Areatot}}{\text{Perimetro}} = 13.393 \text{ cm}$$

A favore di sicurezza si sceglie il valore $h := 2 \cdot d_p$ quindi $h = 6 \text{ cm}$

4) Verifica delle bielle compresse

Nel calcolo del momento torcente ultimo per compressione delle bielle la fcd deve essere ridotta di un coefficiente v :

$$v := 0.7 \cdot \left(0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \quad v = 0.42 \quad (\text{superiore al limite inferiore di } 0.35)$$

Le inclinazioni possibili della biella compressa devono rispettare il seguente range: $1 \leq \cotg(\alpha) \leq 2$
Si calcola pertanto il momento torcente ultimo per questi due valori di α in modo da definirne il campo di validità, ovvero per:

$$\alpha_{b1} := \text{DMS} \begin{pmatrix} 45 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_{b1} = 0.785$$

$$\alpha_{b2} := \text{DMS} \begin{pmatrix} 26 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_{b2} = 0.463$$

-Ipotesi 1: $\cotg(\alpha)=1 \Rightarrow \alpha=45^\circ$

$$M_{tu1} := v \cdot f_{cd} \cdot \text{Area} \cdot h \cdot \sin(2 \cdot \alpha_{b1}) \quad M_{tu1} = 5.715 \times 10^4 \quad \mathbf{M_{tu1} = 57,15 \text{ KN m}}$$

-Ipotesi 2: $\cotg(\alpha)=2 \Rightarrow \alpha=26,5^\circ$

$$M_{tu2} := v \cdot f_{cd} \cdot \text{Area} \cdot h \cdot \sin(2 \cdot \alpha_{b2}) \quad M_{tu2} = 4.564 \times 10^4 \quad M_{tu2} = 45,64 \text{ KN m}$$

Si nota come solo $M_{tu1} > M_t$. Affinchè anche $M_{tu2} > M_t$ si dovrebbe - a parità di resistenza - ingrandire la sezione oppure considerare uno spessore della sezione tubolare maggiore.
Pertanto si fissa $\alpha=45^\circ$ ai fini della sicurezza del cls compresso.

5) Armatura longitudinale

Fissato α , dal modello del traliccio di Rausch si determina la quantità minima di armatura longitudinale:

$$A_l := \frac{M_t \cdot \text{Perimetro} \cdot 1000}{2 \cdot \text{Area} \cdot \tan(\alpha_{b1}) \cdot f_{yd}} \quad \text{quindi} \quad A_l = 6.025 \text{ cm}^2$$

Ipotizzo di usare ferro $\phi 14$:

$$A_{f14} := \left(\frac{1.4}{2} \right)^2 \cdot \pi \quad A_{f14} = 1.539 \text{ cm}^2$$

Disponendo almeno un'armatura per spigolo si ha che l'area adottata diventa:

$$A_{lad} := 4 \cdot A_{f14} \quad A_{lad} = 6.158 \text{ cm}^2$$

che è sufficiente.

La normativa europea prescrive anche un passo minimo tra le armature pari a 35 cm. Ne consegue che è necessario inserire un ferro di parete.

6) Armatura trasversale

Sempre dal modello del traliccio di Rausch, fissata l'armatura longitudinale si determina il rapporto tra l'area delle staffe ed il passo necessario:

$$A_{sw_s} := \frac{A_{lad} \cdot 100}{\text{Perimetro}} \cdot \tan(\alpha_{b1})^2 \quad A_{sw_s} = 3.142 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Ipotizzo di usare staffe $\phi 8$:

$$A_{sw} := \left(\frac{0.8}{2} \right)^2 \cdot \pi \quad A_{sw} = 0.503 \text{ cm}^2$$

Il passo minimo delle staffe di conseguenza è pari a:

$$st := \frac{A_{sw}}{A_{sw_s}} \quad st = 0.16 \text{ m}$$

Va rispettata inoltre la prescrizione dell'EC2:

$$s_{min} := \text{Perimetro} \cdot \frac{1}{8} \quad s_{min} = 24.5 \text{ cm}$$

$s_{ad} := 15 \text{ cm}$ Si adotta un passo pari a 15 cm.

Momento resistente ultimo dell'armatura:

$$M_{tuA} := 2 \cdot \text{Area} \cdot \sqrt{\frac{A_{sw}}{s_{ad}} \cdot f_{yd}^2 \cdot \frac{A_{lad}}{\text{Perimetro}}} \quad M_{tuA} = 4.855 \times 10^4$$

quindi **$M_{tuA} = 48,5 \text{ KNm}$** > $M_{td} = 46 \text{ KNm}$ -> VERIFICATO

7) *Riepilogo dati sezione:*

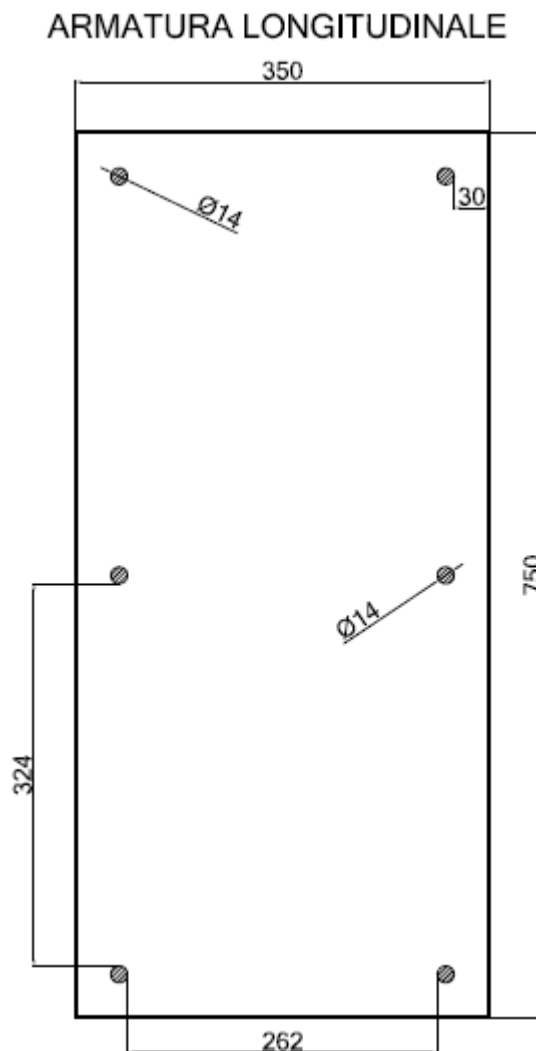
Larghezza = 35 cm

Altezza = 75 cm

Copriferro = 3 cm

Armatura longitudinale: 4 ϕ 14 agli spigoli + 2 ϕ 14 di ferri di parete

Armatura trasversale: Staffe ϕ 8 (a due bracci) / 15



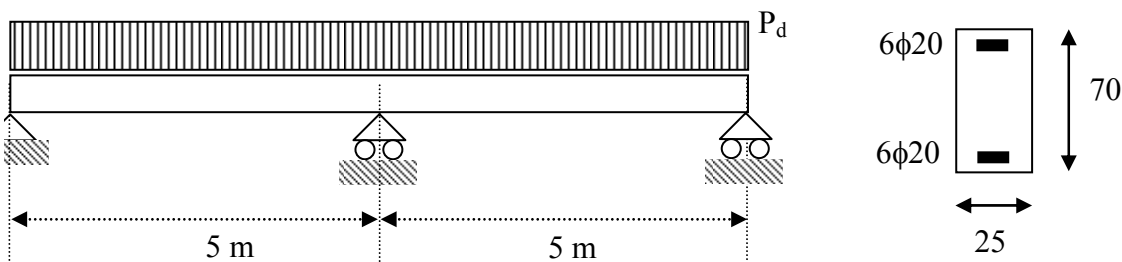
Mattia Campolese

ESERCITAZIONE N° 3

STATI LIMITE DI ESERCIZIO:

1) VERIFICA STATO LIMITE DI APERTURA DELLE LESIONI

Con riferimento alla trave indicata in figura effettuare, secondo le indicazioni dell'Eurocodice 2, la verifica allo *stato limite di apertura delle lesioni* e verificare se l'armatura tesa rispetta i *minimi* indicati dalla normativa.



Dati trave

Altezza sezione $h = 70$ cm

Base sezione $b = 25$ cm

Copriferro $d' = 3.0$ cm

$A_s = 6 \phi 20$

$A_s' = 6 \phi 20$

Proprietà dei materiali

Calcestruzzo $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio $f_{yk} = 450$ MPa

Carichi esterni

Carico uniformemente ripartito $P_d = 30$ kN/m

Condizione di carico di tipo quasi permanente

Dati aggiuntivi

Limite massimo dell'ampiezza delle lesioni $w_{max} = 0.3$ mm

Limite di deformazione massima $1/500$ della luce della trave.

2) VERIFICA STATO LIMITE DI DEFORMAZIONE

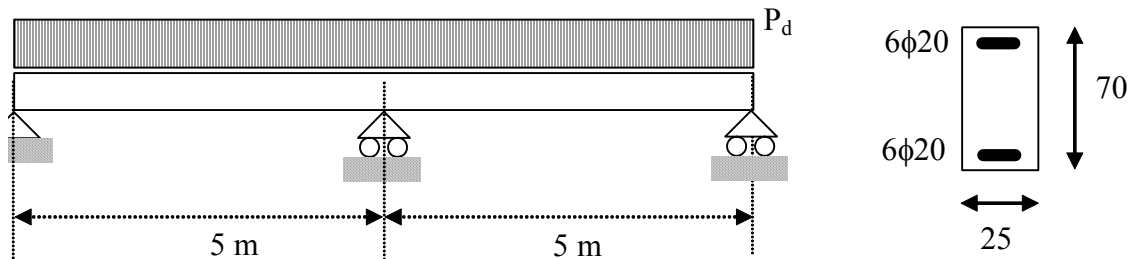
Con riferimento alla trave dell'esercizio 1) si effettui la verifica allo *stato limite di deformazione* nel rispetto dell'Eurocodice 2.

ESERCITAZIONE 3 - STATI LIMITE DI ESERCIZIO

A) Verifica allo *stato limite di apertura delle lesioni* e verifica se l'armatura tesa rispetta i *minimi* indicati dalle prescrizioni dell' EC2.

1) Dati di calcolo

Schema statico:



$$P_d := 30 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \quad L_t := 5 \text{ m} \quad \text{Combinazione di carico quasi permanente}$$

Dati trave:

Larghezza:	Copriferro:	Armatura superiore:	Armatura inferiore:
$B := 25 \text{ cm}$	$d_p := 3 \text{ cm}$	$A_{s'} = 6 \phi 20$	$A_{s'} = 6 \phi 20$
Altezza:		$A_{sp} := 6 \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{2}{2} \right)^2 \right]$	$A_s := 6 \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{2}{2} \right)^2 \right]$
$H_s := 70 \text{ cm}$		$A_{sp} = 18.85 \text{ cm}^2$	$A_s = 18.85 \text{ cm}^2$

Proprietà dei materiali:

Calcestruzzo di classe C20/25, quindi: $f_{ck} := 20 \text{ MPa}$ $R_{ck} := 25 \text{ MPa}$ $E_c := 11000 \cdot \sqrt[3]{\frac{R_{ck}}{0.7}}$

$\alpha_{cc} := 0.85$ $\gamma_c := 1.5$ $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 11.333 \text{ MPa}$ $E_c = 3.622 \times 10^4 \text{ MPa}$

Resistenza media a trazione: $f_{ctm} := 0.3 \cdot \sqrt[3]{R_{ck}^2}$ $f_{ctm} = 2.565 \text{ MPa}$

Acciaio: $f_{yk} := 450 \text{ MPa}$ quindi $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15}$ $f_{yd} = 391.304 \text{ MPa}$ con $E_s := 205000 \text{ MPa}$

Dati aggiuntivi:

Limite massimo dell'ampiezza della lesione: $w_{\text{max}} := 0.3 \text{ mm}$

La deformazione massima deve essere 1/500 della luce della trave.

2) Soluzione statica

Metodo delle forze:

Impongo lo spostamento nullo in corrispondenza dell'appoggio di mezzera.

$$\left[\begin{array}{l} y_a + y_b + y_c - P_d \cdot 2 \cdot L_t = 0 \\ y_b \cdot L_t + y_c \cdot 2 \cdot L_t - P_d \cdot 2 \cdot L_t \cdot L_t = 0 \\ \frac{5}{384} \cdot \frac{1}{EI} \cdot P_d \cdot (2L_t)^4 - \frac{y_b}{48} \cdot \frac{1}{EI} \cdot (2 \cdot L_t)^3 = 0 \end{array} \right] \left| \begin{array}{l} \text{solve, } y_a, y_b, y_c \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow (56.25 \quad 187.5 \quad 56.25)$$

In una trave continua con tre appoggi disposti simmetricamente il momento all'appoggio centrale è pari a:

$$M_d := \frac{P_d \cdot L_t^2}{8} \quad M_d = 93.75 \quad \text{KNm}$$

ed è il valore più gravoso dell'intera trave (nelle due campate infatti si hanno valori inferiori dovuti alla presenza proprio dell'appoggio centrale).

3) Caratteristiche della sezione

1° stadio:

La sezione è considerata interamente reagente e trascuriamo la presenza dell'acciaio (prendiamo la "gross section"), pertanto essendo rettangolare la posizione dell'asse neutro coincide con il baricentro della sezione, ovvero per metà altezza.

$$y_{g1s} := \frac{H_s}{2} \quad y_{g1s} = 35 \quad \text{cm}$$

Il momento d'inerzia è quello di un rettangolo rispetto all'asse passante per il suo baricentro, ovvero:

$$J_{1s} := \frac{1}{12} \cdot B \cdot H_s^3 \quad J_{1s} = 7.146 \times 10^5 \quad \text{cm}^4$$

2° stadio:

Si considera ora la sezione parzializzata in quanto il calcestruzzo non reagisce a trazione.

Va trovato il baricentro tramite considerando ora il coefficiente di omogeneizzazione n posto pari a 6 (trascuriamo la deformazione viscosa).

Calcoliamo quindi l'asse neutro come il rapporto tra il momento statico della sezione parzializzata (rispetto ad asse passante per il bordo superiore della sezione) e la sua area:

$$n := 6$$

$$y_g = \frac{B \cdot \frac{y_g^2}{2} + n \cdot [A_{sp} \cdot dp + A_s \cdot (H_s - dp)]}{B \cdot y_g + n \cdot (A_{sp} + A_s)} \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } y_g \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 17.69 \\ -35.79 \end{pmatrix} \quad y_{g2s} := 17.69 \quad \text{cm}$$

Il momento di inerzia della sezione omogeneizzata è quindi:

$$J_{2s} := \frac{1}{3} \cdot B \cdot y_{g2s}^3 + n \cdot [(H_s - dp - y_{g2s})^2 \cdot A_s + (y_{g2s} - dp)^2 \cdot A_{sp}] \quad J_{2s} = 3.455 \times 10^5 \quad \text{cm}^4$$

4) Stato limite di apertura delle fessure

La verifica dell'ampiezza delle fessure secondo l'EC2 si effettua valutando l'ampiezza massima delle lesioni W_k che deve risultare minore di $W_{max}=0.3 \text{ mm}$ (classe di esposizione XC3, condizione di carico di tipo quasi permanente – vedi Tab 7.1N).

$$W_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \epsilon_{sm} \quad \text{con:}$$

$$\beta := 1.7 \quad (\text{fessurazione indotta da carichi})$$

s_{rm} è la distanza media finale tra le fessure, considerando:

$$\phi := 20 \text{ mm} \quad k_1 := 0.8 \quad (\text{barre ad aderenza migliorata}) \quad k_2 := 0.5 \quad (\text{trazione pura})$$

ρ_r : la percentuale geometrica d'armatura rispetto alla così detta Area efficace di cls, ovvero:

$$A_{eff} := B \cdot 2.5 \cdot dp \quad \rho_r := \frac{A_s}{A_{eff}} \quad \rho_r = 0.101$$

Quindi:

$$s_{rm} := 50 + 0.25 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_r} \quad s_{rm} = 69.894 \quad \text{mm}$$

ε_{sm} è la deformazione media dell'acciaio, calcolabile utilizzando le seguenti tensioni:

$$\sigma_s := n \cdot \frac{M_d}{J_{2s}} \cdot (H_s - d_p - y_{g2s}) \cdot 1000 \quad \sigma_s = 80.273 \text{ MPa}$$

$$M_{fess} := f_{ctm} \cdot \frac{J_{1s}}{H_s - d_p - y_{g1s}} \quad M_{fess} = 5.728 \times 10^4 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{sr} := n \cdot \frac{M_{fess}}{J_{2s}} \cdot (H_s - d_p - y_{g1s}) \quad \sigma_{sr} = 31.827 \text{ MPa}$$

e considerando:

$$\beta_1 := 1 \text{ (barre ad aderenza migliorata)} \quad \beta_2 := 1 \text{ (carico di breve durata, condizione più gravosa)}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{sm} := \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \quad \varepsilon_{sm} = 3.3 \times 10^{-4}$$

Ne consegue che il valore caratteristico di apertura delle lesioni è pari a

$$w_k := \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \quad w_k = 0.039 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \Rightarrow \text{VERIFICATO}$$

5) Armatura minima

L'EC2 prescrive che oltre alla verifica dell'ampiezza della fessura si disponga nella trave un quantitativo minimo d'armatura (per evitare pericolosi snervamenti in fase di esercizio) valutabile con la relazione seguente:

$$A_{s_{min}} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{cteff} \cdot A_{ct}}{\sigma_{sa}} \quad \text{con:}$$

$$k_c := 0.4 \text{ (flessione)} \quad k := 1 \text{ (a favore di sicurezza)} \quad f_{cteff} := 3 \text{ MPa}$$

A_{ct} è l'area del calcestruzzo nella zona tesa appena prima della fessurazione. In questo caso, essendo l'asse neutro dello stadio 1 coincidente con l'asse baricentrico della sezione, sarà pari a metà area totale:

$$A_{ct} := \frac{H_s \cdot B}{2} \quad A_{ct} = 875 \text{ cm}^2$$

σ_{sa} è la massima tensione ammessa nell'armatura subito dopo la formazione della fessura, pari a:

$$\sigma_{sa} := 0.9 \cdot f_{yk} \quad \sigma_{sa} = 405 \text{ MPa}$$

Quindi:

$$A_{smin} := \frac{k_c \cdot k \cdot f_{cteff} \cdot A_{ct}}{\sigma_{sa}} \quad A_{smin} = 2.593 \text{ cm}^2 \quad A_{smin} < A_s = 1 \Rightarrow \text{VERIFICATO}$$

B) Verifica allo *stato limite di deformazione* nel rispetto delle prescrizioni dell' EC2.

1) Abbassamento massimo

Tramite l'equazione della linea elastica si individua la posizione e il valore dell'abbassamento massimo della trave, sfruttando la simmetria di questo schema statico.

Considerando l'asse x orizzontale con origine in A e diretto verso destra, l'equazione del momento è:

$$M(x) := 56.25 \cdot x - \frac{Pd \cdot x^2}{2} \quad \text{Essendo } E I \chi = M, \text{ integrando due volte si ottiene la linea elastica:}$$

$$\theta(x) = \frac{56.25 \cdot \frac{x^2}{2} - Pd \cdot \frac{x^3}{6}}{Ec \cdot J1s} + \frac{c1}{Ec \cdot J1s} \quad y(x) = \frac{56.25 \cdot \frac{x^3}{6} - Pd \cdot \frac{x^4}{24}}{Ec \cdot J1s} + \frac{c1 \cdot x}{Ec \cdot J1s} + c2$$

Quindi si impongono le condizioni al contorno, ovvero abbassamenti nulli in $x = 0$ e $x = L$:

$$c2 := 0 \quad \frac{56.25 \cdot \frac{Lt^3}{6} - Pd \cdot \frac{Lt^4}{24}}{Ec \cdot J1s} + \frac{c1 \cdot Lt}{Ec \cdot J1s} = 0 \text{ solve, } c1 \rightarrow -78.125000000000000001 \quad c1 := -78.125$$

con $0 \leq x \leq Lt$

$$\theta(x) := \frac{56.25 \cdot \frac{x^2}{2} - Pd \cdot \frac{x^3}{6}}{Ec \cdot J1s} + \frac{c1}{Ec \cdot J1s}$$

La linea elastica nel secondo stadio si calcola considerando la J al 2° stadio:

$$y1s(x) := \frac{56.25 \cdot \frac{x^3}{6} - Pd \cdot \frac{x^4}{24}}{Ec \cdot J1s} + \frac{c1 \cdot x}{Ec \cdot J1s} + c2 \quad y2s(x) := \frac{56.25 \cdot \frac{x^3}{6} - Pd \cdot \frac{x^4}{24}}{Ec \cdot J2s} + \frac{c1 \cdot x}{Ec \cdot J2s} + c2$$

Il massimo si ha quando è nulla la $\theta(x)$:

$$x := 2 \quad r0 := \text{root}(\theta(x), x) \quad r0 = 2.108$$

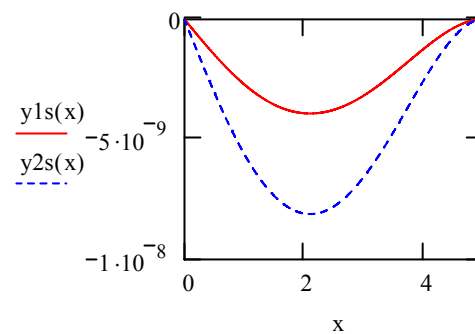
punto nel quale agisce il momento

$$Mdf := M(r0) \quad Mdf = 51.922 \text{ KNm}$$

E quindi le frecce massime nei due stadi sono:

$$f1 := y1s(r0) \quad f1 = -3.923 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$f2 := y2s(r0) \quad f2 = -8.113 \times 10^{-9} \text{ m}$$



2) Calcolo deformazione

Con riferimento all'appendice A punto 4.3 la deformazione si calcola come combinazione lineare delle deformazioni al primo e al secondo stadio secondo la relazione seguente:

$$f_c = f1 \cdot (1 - \zeta) + f2 \cdot \zeta \quad \text{con} \quad \zeta := 1 - \beta1 \cdot \beta2 \cdot \left(\frac{M_{fess}}{Mdf} \right)^2 \quad \text{quindi:}$$

$$f_c := f1 \cdot (1 - \zeta) + f2 \cdot \zeta \quad f_c = 5.099 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Questo valore va confrontato con il limite dato pari a 1/500 della lunghezza della trave.

$$f_{max} := \frac{2Lt}{500} \quad f_{max} = 0.02 \text{ m} \quad f_{max} > f_c = 1 \quad \text{VERIFICATO}$$

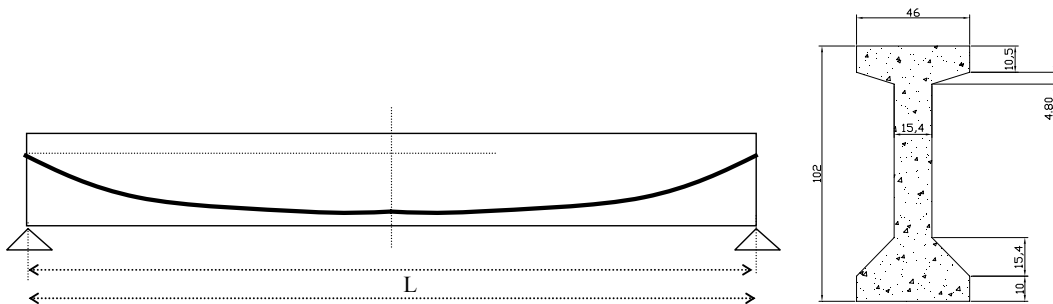
Mattia Campese

HOMEWORK N° 4

CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO – Fuso di Guyon, Calcolo perdite e cadute di tensione, Verifiche delle tensioni allo stato limite di esercizio, verifica allo stato limite ultimo.

Con riferimento alla trave in cemento armato precompresso a cavi post-tesi indicata in figura lo studente:

- 1) Calcoli le caratteristiche geometriche della sezione
- 2) Determini il fuso del cavo risultante e il fuso di Guyon nell'ipotesi che le perdite e le cadute di tensione nel cavo siano pari rispettivamente al 3% e al 18%
- 3) Predimensioni l'armatura di precompressione in base alla tensione iniziale massima ammessa dalla normativa
- 4) Effettui la verifica delle tensioni allo stato limite di esercizio ipotizzando un tracciato del cavo risultante all'interno del fuso di Guyon. In particolare
 - a. si determinino le perdite istantanee e le cadute di tensione nel cavo
 - b. si calcoli la tensione minima e massima a vuoto nel cls
 - c. si calcoli la tensione minima e massima in esercizio nel cls
 - d. si calcoli la tensione massima iniziale e in esercizio nel cavo
- 5) Effettui la verifica allo stato limite ultimo della trave nella sezione di mezzeria



N.B. la forma del cavo è di tipo parabolico.

N.N.B. Il cavo viene sigillato con malta prima dell'applicazione dei sovraccarichi.

Dati trave

Lunghezza trave $L = 19.8$ m

Distanza minima del cavo dal lembo inferiore $d_p = 10$ cm

Tiro iniziale del cavo

$N_0 = 2500$ kN

Proprietà dei materiali

Calcestruzzo Rck 50 Mpa

Armatura di Precompressione (in trefoli) : $f_{ptk} = 1800$ Mpa, $f_{p1k} = 1600$ Mpa

Carichi esterni

(sovraccarichi permanenti + accidentali)

$P_d + Q_d = 17,6$ kN/m

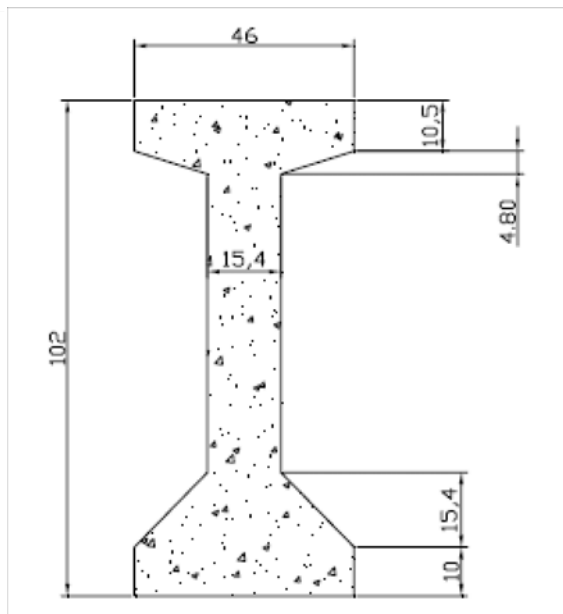
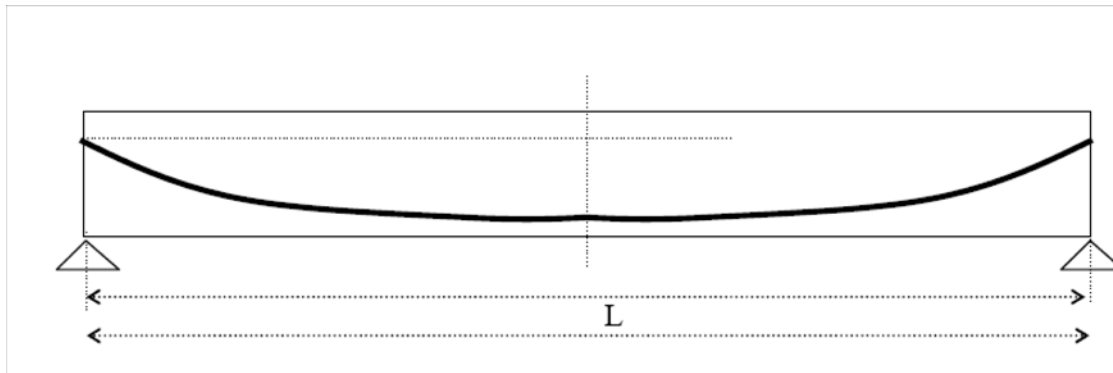
Normativa di riferimento

D.M. 14.09.2005 – norme tecniche per le costruzioni

ESERCITAZIONE 4 - CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO

Dati di calcolo

Trave in cemento armato precompresso a cavi post-tesi:



Dati trave

Lunghezza trave $L = 19.8$ m

Distanza minima del cavo dal lembo inferiore $d_p = 10$ cm

Tiro iniziale del cavo

$N_0 = 2500$ kN

Proprietà dei materiali

Calcestruzzo $R_{ck} = 50$ Mpa

Armatura di Precompressione (in trefoli) : $f_{ptk} = 1800$

Mpa, $f_{p1k} = 1600$ Mpa

Carichi esterni

(sovraccarichi permanenti + accidentali)

$P_d + Q_d = 17,6$ kN/m

Normativa di riferimento

D.M. 14.09.2005 – norme tecniche per le costruzioni

$$L_u := 19.8 \text{ m} \quad h := 1.02 \text{ m} \quad d_p := 0.1 \text{ m}$$

$$N_0 := 2500 \text{ KN} \quad P_d := 17.6 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

Caratteristiche dei materiali

Calcestruzzo:

$$R_{ck} := 50 \text{ MPa}$$

Resistenza cilindrica a 28 gg:

$$f_{ck} := 0.83 \cdot R_{ck} \quad f_{ck} = 41.5 \text{ MPa}$$

Resistenza a trazione media del cls:

$$f_{ctm} := 0.48 \cdot \sqrt{R_{ck}} \quad f_{ctm} = 3.394 \text{ MPa}$$

Resistenza a compressione del cls a tiro:

$$f_{ckj} := f_{ck} \cdot e^{0.25 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{14}}\right)} \quad f_{ckj} = 37.418 \text{ MPa}$$

Tensione massima di compressione ammissibile nel cls in condizioni iniziali:

$$\sigma_{cci} := \frac{f_{ckj}}{1.7} \quad \sigma_{cci} = 22.01 \text{ MPa}$$

Tensione massima di trazione ammissibile nel cls in condizioni iniziali:

$$\sigma_{cti} := 0.1 \cdot f_{ckj} \quad \sigma_{cti} = 3.742 \text{ MPa}$$

Tensione massima di compressione ammissibile nel cls in condizioni di esercizio:

$$\sigma_{cce} := \frac{f_{ck}}{1.5 \cdot 1.8} \quad \sigma_{cce} = 15.37 \text{ MPa}$$

Tensione massima di trazione ammissibile nel cls in condizioni di esercizio:	$\sigma_{cte} := \frac{0.7 \cdot f_{ctm}}{1.6}$	$\sigma_{cte} = 1.485 \text{ MPa}$
Modulo elastico del calcestruzzo:	$E_c := 5700 \cdot \sqrt{R_{ck}}$	$E_c = 4.031 \times 10^4 \text{ MPa}$
Acciaio:		
Modulo elastico acciaio da precompressione:	$E_p := 205000 \text{ MPa}$	
Tensioni caratteristiche di rottura e snervamento dell'armatura di precompressione (trefoli):	$f_{ptk} := 1800 \text{ MPa}$	$f_{pyk} := 1600 \text{ MPa}$
Tensione massima ammissibile nell'armatura al tiro:	$\sigma_{pi} := \frac{f_{pyk}}{1.15}$	$\sigma_{pi} = 1.391 \times 10^3 \text{ MPa}$
Tensione massima ammissibile nell'armatura in esercizio:	$\sigma_{pe} := \frac{f_{ptk}}{1.65}$	$\sigma_{pe} = 1.091 \times 10^3 \text{ MPa}$
Coefficiente di omogeneizzazione al tiro:	$n := \frac{E_p}{E_c}$	$n = 5.086$

A) Calcolo delle caratteristiche geometriche della sezione - fase a vuoto

Area ideale

Suddividendo la sezione in 3 rettangoli e 4 triangoli si ha:

$$A_{rett1} := 0.46 \cdot 0.105 \quad A_{rett2} := 0.154 \cdot 0.815 \quad A_{rett3} := 0.46 \cdot 0.1$$

$$A_{rett} := A_{rett1} + A_{rett2} + A_{rett3} \quad A_{rett} = 0.22 \text{ m}^2$$

$$A_{tri1} := 2 \cdot \left(\frac{0.153 \cdot 0.048}{2} \right)$$

$$A_{tri2} := 2 \cdot \left(\frac{0.153 \cdot 0.154}{2} \right)$$

$$A_{tri} := A_{tri1} + A_{tri2} \quad A_{tri} = 0.031 \text{ m}^2$$

Ipotizzando la presenza di un vuoto dovuto all'armatura pari a:

$$A_f := 35 \cdot 10^{-4} \quad A_f = 3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Si ha:

$$A_{idI} := A_{rett} + A_{tri} - A_f \quad A_{idI} = 0.247 \text{ m}^2$$

Momento statico

Rispetto al lembo superiore:

$$S_{rett1} := A_{rett1} \cdot \left(\frac{0.105}{2} \right) \quad S_{tri1} := A_{tri1} \cdot 0.121$$

$$S_{rett2} := A_{rett2} \cdot 0.513 \quad S_{tri2} := A_{tri2} \cdot 0.869$$

$$S_{rett3} := A_{rett3} \cdot 0.97$$

$$S_{af} := A_f \cdot (h - d_p)$$

Quindi :

$$S_{totI} := S_{rett1} + S_{rett2} + S_{rett3} + S_{tri1} + S_{tri2} - S_{af} \quad S_{totI} = 0.13 \text{ m}^3$$

Asse neutro

$$y_{gI} := \frac{StotI}{AidI} \quad y_{gI} = 0.525 \quad m$$

Momento d'inerzia rispetto all'asse neutro

Momenti rispetto al proprio baricentro:

$$I_{rett1b} := \frac{(0.46 \cdot 0.105^3)}{12} \quad I_{rett2b} := \frac{(0.154 \cdot 0.815^3)}{12} \quad I_{rett3b} := \frac{(0.46 \cdot 0.1^3)}{12}$$

$$I_{tri1b} := \frac{(0.153 \cdot 0.048^3)}{36} \quad I_{tri2b} := \frac{(0.153 \cdot 0.154^3)}{36}$$

Momenti di trasporto:

$$I_{rett1t} := A_{rett1} \cdot \left(y_{gI} - \frac{0.105}{2} \right)^2 \quad I_{rett2t} := A_{rett2} \cdot (y_{gI} - 0.513)^2 \quad I_{rett3t} := A_{rett3} \cdot (y_{gI} - 0.92)^2$$

$$I_{tri1t} := A_{tri1} \cdot (y_{gI} - 0.121)^2 \quad I_{tri2t} := A_{tri2} \cdot (y_{gI} - 0.869)^2 \quad I_{ast} := A_f \cdot (h - d_p - y_{gI})^2$$

Momento d'inerzia finale della sezione ideale a vuoto:

$$J_{idI} := I_{rett1b} + I_{rett2b} + I_{rett3b} + I_{tri1b} + I_{tri2b} + I_{rett1t} + I_{rett2t} + I_{rett3t} + I_{tri1t} + I_{tri2t} - I_{ast}$$

$$J_{idI} = 0.028 \quad m^4$$

Modulo di resistenza a flessione superiore e inferiore

$$W_{idsI} := \frac{J_{idI}}{y_{gI}} \quad W_{idsI} = 0.054 \quad m^3$$

$$W_{idiI} := \frac{J_{idI}}{h - y_{gI}} \quad W_{idiI} = 0.057 \quad m^3$$

B) Calcolo delle caratteristiche geometriche della sezione - in esercizio

Area ideale

Suddividendo la sezione in 3 rettangoli e 4 triangoli si ha:

$$A_{rett1} = 0.048 \quad m^2 \quad A_{rett2} = 0.126 \quad m^2 \quad A_{rett3} = 0.046 \quad m^2 \quad A_{rett} = 0.22 \quad m^2$$

$$A_{tri1} = 7.344 \times 10^{-3} \quad m^2 \quad A_{tri2} = 0.024 \quad m^2 \quad A_{tri} = 0.031 \quad m^2$$

$$\text{Si ipotizza la presenza di un vuoto dovuto all'armatura pari a: } A_f = 3.5 \times 10^{-3} \quad m^2$$

In questa fase i cavi di precompressione sono sigillati nelle guaine con la malta e quindi risultano solidali con il calcestruzzo:

$$A_{idII} := A_{rett} + A_{tri} - A_f + n \cdot A_f \quad A_{idII} = 0.265 \quad m^2$$

Momento statico

Rispetto al lembo superiore:

$$\text{StotII} := \text{StotI} + n \cdot \text{Af} \cdot (h - \text{dp}) \quad \text{StotII} = 0.146 \quad \text{m}^3$$

Asse neutro

$$\text{ygII} := \frac{\text{StotII}}{\text{AidII}} \quad \text{ygII} = 0.551 \quad \text{m}$$

Momento d'inerzia rispetto all'asse neutro

Momenti rispetto al proprio baricentro identici alla fase a vuoto.

Momenti di trasporto:

$$\begin{aligned} \text{Irett1tII} &:= \text{Arett1} \cdot \left(\text{ygII} - \frac{0.105}{2} \right)^2 & \text{Irett2tII} &:= \text{Arett2} \cdot (\text{ygII} - 0.513)^2 & \text{Irett3tII} &:= \text{Arett3} \cdot (\text{ygII} - 0.92)^2 \\ \text{Itri1tII} &:= \text{Atri1} \cdot (\text{ygII} - 0.121)^2 & \text{Itri2tII} &:= \text{Atri2} \cdot (\text{ygII} - 0.869)^2 & \text{IastII} &:= (1 - n) \cdot \text{Af} \cdot (h - \text{dp} - \text{ygII})^2 \end{aligned}$$

Momento d'inerzia finale della sezione ideale a vuoto:

$$\text{JidII} := \text{Irett1b} + \text{Irett2b} + \text{Irett3b} + \text{Itri1b} + \text{Itri2b} + \text{Irett1tII} + \text{Irett2tII} + \text{Irett3tII} + \text{Itri1tII} + \text{Itri2tII} - \text{IastII}$$

$$\text{JidII} = 0.031 \quad \text{m}^4$$

Modulo di resistenza a flessione superiore e inferiore

$$\text{WidsII} := \frac{\text{JidII}}{\text{ygII}} \quad \text{WidsII} = 0.057 \quad \text{m}^3$$

$$\text{WidiII} := \frac{\text{JidII}}{h - \text{ygII}} \quad \text{WidiII} = 0.067 \quad \text{m}^3$$

C) Calcolo delle sollecitazioni

Peso proprio trave

$$\text{pp} := \text{AidI} \cdot 25 \quad \text{pp} = 6.18 \quad \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

Andamento del momento dovuto al peso proprio:
$$\text{Mg}(x) := \frac{\text{pp} \cdot \text{Lu}}{2} \cdot x - \text{pp} \cdot \frac{x^2}{2}$$

Momento massimo in mezzeria al tiro:
$$\text{Mg}\left(\frac{\text{Lu}}{2}\right) = 302.871 \quad \text{KNm}$$

Momento in esercizio:
$$\text{Mes}(x) := \frac{(\text{pp} + \text{Pd}) \cdot \text{Lu}}{2} \cdot x - \frac{(\text{pp} + \text{Pd}) \cdot x^2}{2}$$

D) Fuso del cavo risultante

Perdite di tensione: $\Delta N_0 := 0.03 \cdot N_0 \quad \Delta N_0 = 75 \quad \text{KN}$

Cadute di tensione: $\Delta N_p := 0.18 \cdot N_0 \quad \Delta N_p = 450 \quad \text{KN}$

Per determinare il fuso del cavo risultante vanno conosciuti i punti di nocciololo, la legge di variazione del momento dovuto al peso proprio e quello dovuto ai sovraccarichi permanenti e accidentali.

Punti di nocciolo

Inferiore: $d_i := \frac{W_{idsII}}{A_{idII}}$ $d_i = 0.213 \text{ m}$

Superiore: $d_s := \frac{W_{idiII}}{A_{idII}}$ $d_s = 0.251 \text{ m}$

Nella fase a vuoto si ha:

$N_i := N_0 - \Delta N_0$ $N_i = 2.425 \times 10^3 \text{ KN}$

In quella di esercizio si ha:

$N_{es} := N_0 - \Delta N_0 - \Delta N_p$ $N_{es} = 1.975 \times 10^3 \text{ KN}$

Considerando un sistema x-y con l'asse x coincidente con quello della trave e l'origine nel baricentro, si ha:

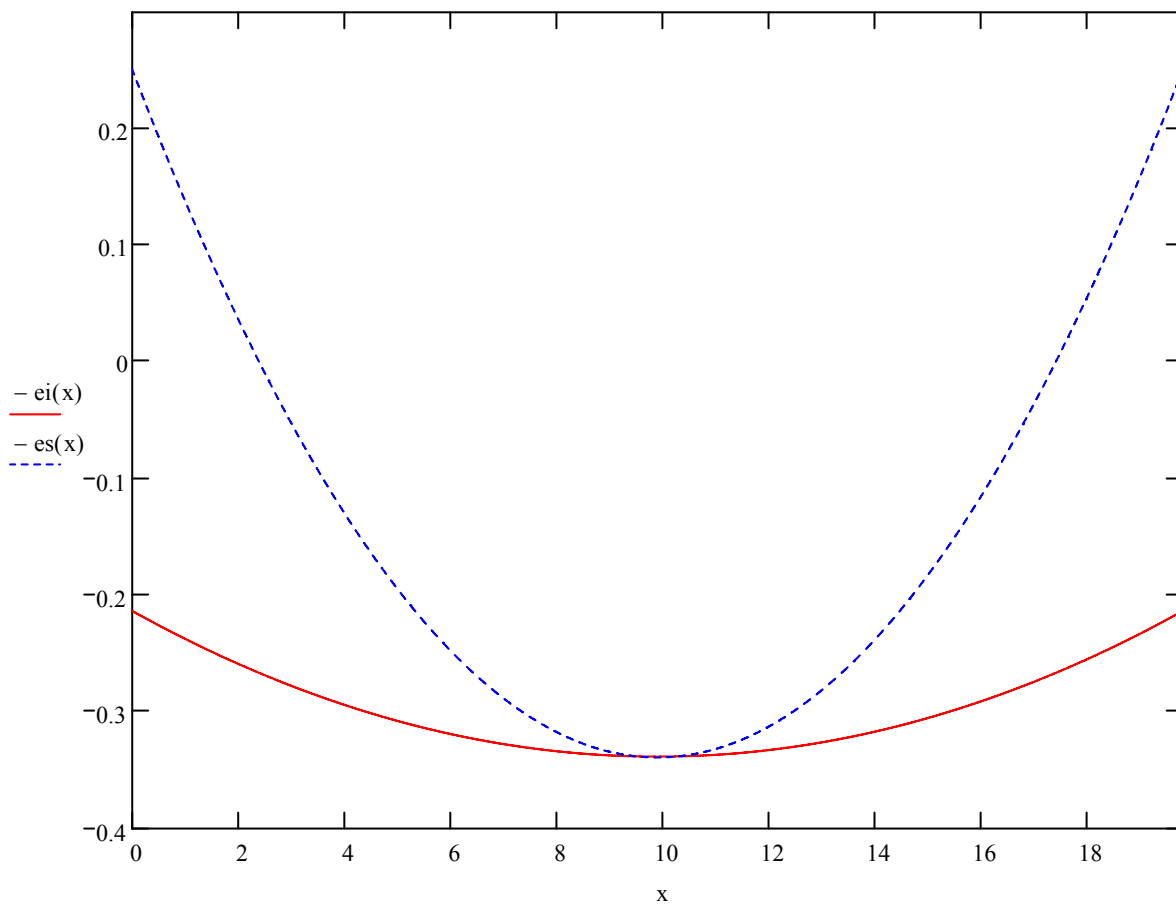
Limite inferiore cavo risultante

$$e_i(x) := \frac{Mg(x)}{N_i} + d_i$$

Limite superiore cavo risultante

$$e_s(x) := \frac{M_{es}(x)}{N_{es}} - d_s$$

FUSO DEL CAVO RISULTANTE



E) Fuso di Guyon

Per determinare il fuso di Guyon è necessario determinare le eccentricità del cavo in fase iniziale e di esercizio che producano il raggiungimento della tensione ammissibile nel lembo superiore o inferiore della trave. Va quindi spressa l'eccentricità del cavo con la formula di Navier fissando la tensione al valore ammissibile per la trazione e compressione.

$$e_{1i}(x) := \frac{W_{idsI}}{A_{idI}} \cdot \left(\frac{-\sigma_{cti} \cdot A_{idI}}{N_i} + 1 \right) + \frac{Mg(x)}{N_i}$$

$$e_{1s}(x) := \frac{W_{idsII}}{A_{idII}} \cdot \left(\frac{-\sigma_{cce} \cdot A_{idI}}{N_{es}} + 1 \right) + \frac{Mes(x)}{N_{es}}$$

$$e_{2i}(x) := \frac{W_{idiI}}{A_{idI}} \cdot \left(\frac{-\sigma_{cci} \cdot A_{idI}}{N_i} - 1 \right) + \frac{Mg(x)}{N_i}$$

$$e_{2s}(x) := \frac{W_{idiII}}{A_{idII}} \cdot \left(\frac{-\sigma_{cte} \cdot A_{idII}}{N_{es}} - 1 \right) + \frac{Mes(x)}{N_{es}}$$

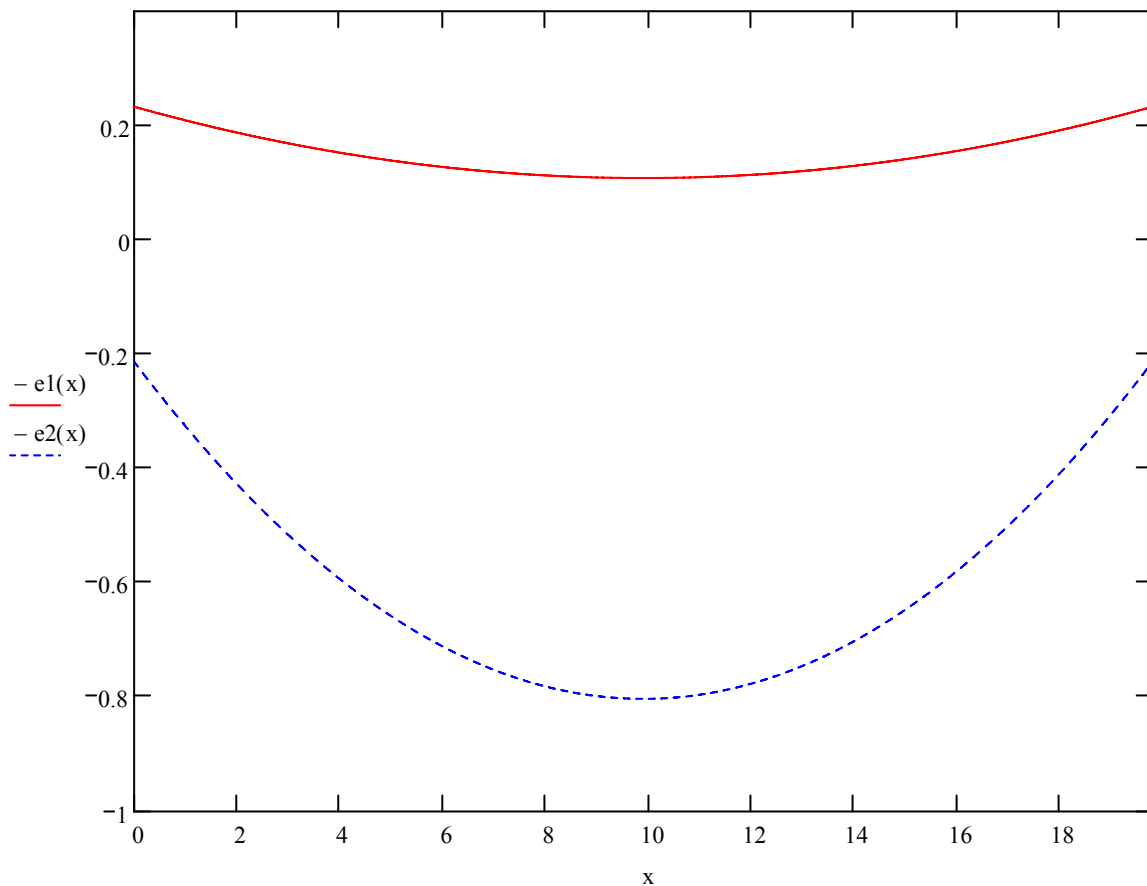
Limite inferiore fuso di Guyon

$$e_1(x) := \min(e_{1i}(x), e_{2i}(x))$$

Limite superiore fuso di Guyon

$$e_2(x) := \max(e_{1s}(x), e_{2s}(x))$$

FUSO DI GUYON



Si è scelto un fuso con le seguenti caratteristiche:

$$e_1(0) = -0.233$$

$$e_2(0) = 0.213$$

$$\text{Quindi } y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

$$e_1\left(\frac{Lu}{2}\right) = -0.108$$

$$e_2\left(\frac{Lu}{2}\right) = 0.803$$

$$\text{Quindi } y(9.9) = 0.4$$

$$\text{Equazione } y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Quindi } b=0, c=0, \quad a := 0.4 \cdot \frac{2}{Lu^2}$$

$$a = 2.041 \times 10^{-3}$$

$$\text{Quindi } y(x) := a \cdot x^2$$

F) Predimensionamento del cavo di precompressione

Dalle caratteristiche dei materiali si ha che la tensione massima di snervamento dei trefoli e quella di rottura sono pari a:

$$\sigma_{pe} = 1.091 \times 10^3 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad \sigma_{pi} = 1.391 \times 10^3 \text{ MPa}$$

All'atto del tiro è necessaria un'armatura pari a:

$$A_{inec} := \frac{N_i}{\sigma_{pi} \cdot 1000} \quad A_{inec} = 1.743 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

In fase di esercizio è necessaria un'armatura pari a:

$$A_{enec} := \frac{N_{es}}{\sigma_{pe} \cdot 1000} \quad A_{enec} = 1.81 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

L'ipotesi iniziale di $A_f = 3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ risulta quindi ampiamente verificata.

G) Verifica allo stato limite di esercizio

1) Perdite istantanee e cadute di tensione del cavo

Perdite per attrito

In travi in c.a.p. post tesi, nella fase di tesatura del cavo, nascono inevitabilmente tensioni tangenziali sulla superficie dovute all'attrito tra cavo e guaina. La variazione di tensione (trazione) nel cavo si può valutare tramite:

$$\Delta \sigma_{attr} = \sigma_{spi} \left(1 - e^{f_c(\alpha + \kappa L)} \right) = \frac{N_0}{A_i} \left(1 - e^{f_c(\alpha + \kappa L)} \right)$$

dove $f_c = 0.3$ 1/rad nel caso si utilizzino guaine metalliche

$$\kappa = 0.01 \text{ rad/m}$$

α = angolo che la tangente al cavo nel punto iniziale forma con l'asse orizzontale

L = lunghezza del tratto rettilineo

Dalla equazione del cavo scelto, calcolandone la derivata in testa alla trave si valuta l'angolo che la tangente al cavo forma con l'asse:

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow .40812162024283236404e-2 \cdot x \quad \tan \alpha := 0.004081216 \cdot \frac{Lu}{2} \quad \tan \alpha = 0.04$$

Assumendo per valori piccoli l'arco tangente pari alla tangente si ha che $\alpha := 0.04 \text{ rad}$

La perdita di tensione nel cavo dovuta all'attrito è pari a:

$$f_c := 0.3 \quad \kappa := 0.01 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \quad L_r := 0$$
$$\Delta \sigma_{att} := \frac{N_0}{A_f \cdot 1000} \cdot \left[1 - e^{-f_c \cdot (\alpha + \kappa \cdot L_r)} \right] \quad \Delta \sigma_{att} = 8.52 \text{ MPa}$$

Quindi la perdita di carico nel cavo vale:

$$\Delta N_{att} := A_f \cdot 1000 \Delta \sigma_{att} \quad \Delta N_{att} = 29.821 \text{ KN}$$

Dopo il tiro quindi lo sforzo normale nel cavo è pari a $N_{in} := N_0 - \Delta N_{att} \quad N_{in} = 2.47 \times 10^3 \text{ KN}$

Con una perdita percentuale pari a: $\frac{(N_0 - N_{in})}{N_0} = 0.012$ al 1,2% .

Caduta di tensione dovuta alla viscosità del cls

Il D.M. 14.09.2005 al punto 11.1.10.7 precisa che il calcolo delle cadute di tensione a tempo infinito (in esercizio) dovute alla viscosità è da calcolarsi come segue:

$$\Delta\sigma_v = \Phi(t_0, \infty) E_p \varepsilon_{c,el} = \Phi(t_0, \infty) n \sigma_{c,el}$$

dove $\Phi(t_0, \infty)$ è la funzione di viscosità a tempo infinito funzione del tempo di carico t_0

La tensione $\sigma_{c,el}$ è la tensione nel cavo dovuta all'applicazione dei sovraccarichi permanenti e accidentali:

$$\sigma_{cel} := \frac{N_{in}}{A_{idII} \cdot 1000} + \frac{(N_{in} \cdot 0.4^2)}{J_{idII} \cdot 1000} - \frac{Mes \left(\frac{Lu}{2} \right) \cdot 0.4}{J_{idII} \cdot 1000} \quad \sigma_{cel} = 7.047 \text{ MPa}$$

Fissando l'umidità dell'ambiente pari al 55%, dalla tabella 11.1.VII del TU si ricava la funzione ϕ :

Tabella 11.1.VII - Valori di $\phi(t, t_0)$. Atmosfera con umidità relativa di circa il 55%

t_0	$h_0 < 150 \text{ mm}$	$150 \leq h_0 < 300$	$300 \leq h_0 < 600$	$h_0 \geq 600$
3 ÷ 7 giorni	4.5	4.0	3.6	3.3
8 ÷ 14 giorni	3.7	3.3	3.0	2.8
15 ÷ 30 giorni	3.3	3.0	2.7	2.5
30 ÷ 60 giorni	2.9	2.6	2.3	2.2
> 60 giorni	2.5	2.3	2.1	1.9

una volta calcolato $h_0 := \frac{2 \cdot A_{idI}}{0.46 + 0.105 + 0.1 + 0.61 + 0.1603 + 0.217} \quad h_0 = 0.299 \text{ m}$

per $t = 14 \text{ gg}$ si ha $\phi := 3.3$

La perdita di tensione dovuta alla viscosità è quindi $\Delta\sigma_v := \sigma_{cel} \cdot n \cdot \phi \quad \Delta\sigma_v = 118.273 \text{ MPa}$

Quindi la variazione di tiro nel cavo è pari a: $\Delta N_v := \Delta\sigma_v \cdot 1000 A_f \quad \Delta N_v = 413.956 \text{ KN}$

con una perdita percentuale pari al 16,6%. $\frac{\Delta N_v}{N_0} = 0.166$

Caduta di tensione dovuta al ritiro del cls

E' esprimibile come la somma dei contributi del ritiro per essiccamento e quello autogeno.

La deformazione totale da ritiro si può esprimere come:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

dove:

ϵ_{cs} è la deformazione totale per ritiro

ϵ_{cd} è la deformazione per ritiro da essiccamento

ϵ_{ca} è la deformazione per ritiro autogeno.

Il valore medio a tempo infinito della deformazione per ritiro da essiccamento :

$$\epsilon_{cd,\infty} = k_h \epsilon_{c0}$$

può essere valutato mediante i valori delle seguenti Tabelle 11.1.Va,b in funzione della resistenza caratteristica a compressione, dell'umidità relativa e del parametro h_0 :

Tabella 11.1.Va – Valori di ϵ_{c0}

f_{ck}	Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)					
	Umidità Relativa (in ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0.75	-0.70	-0.59	-0.36	-0.20	+0.12
40	-0.60	-0.56	-0.47	-0.29	-0.16	+0.10
60	-0.48	-0.45	-0.38	-0.24	-0.13	+0.08
80	-0.39	-0.36	-0.30	-0.19	-0.11	+0.06
90	-0.35	-0.33	-0.27	-0.17	+0.06	+0.06

Tabella 11.1.Vb – Valori di k_h

h_0 (mm)	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

Da interpolazione lineare, dati f_{ck} e UR, si è ricavato $\epsilon_{c0} := -0.5 \%$ e $k_h := 0.75$

Quindi $\epsilon_{cd} := \epsilon_{c0} \cdot k_h$ $\epsilon_{cd} = -0.375 \%$

Il ritiro autogeno a tempo infinito è pari a $\epsilon_{ca} := -2.5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$ $\epsilon_{ca} = -7.875 \times 10^{-5} \%$

La deformazione totale per ritiro è quindi pari a: $\epsilon_{cs} := |\epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}|$ $\epsilon_{cs} = 0.375 \%$

La perdita di tensione nel cavo è quindi pari a $\Delta\sigma_{rit} := \frac{\epsilon_{cs}}{1000} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{rit} = 76.891 \text{ MPa}$

Quindi la variazione del tiro nel cavo è pari a: $\Delta N_{rit} := \Delta\sigma_{rit} \cdot A_f \cdot 1000$ $\Delta N_{rit} = 269.119 \text{ KN}$

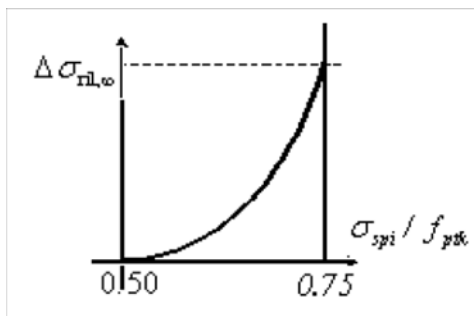
con una perdita percentuale del 10,1 % $\frac{\Delta N_{rit}}{N_0} = 0.108$

Caduta di tensione dovuta al rilassamento dell'acciaio

Il TU precisa che il calcolo delle cadute di tensione a tempo infinito (in esercizio) dovute al rilassamento riferite ad una tensione iniziale $\sigma_{spi} = 0,75 f_{ptk}$ valgono:

tipo di armatura	$\Delta\sigma_{\infty}$
Filo trafilato	0,15 σ_{spi}
Treccia	0,20 σ_{spi}
Trefolo	0,18 σ_{spi}
Barra laminata	0,12 σ_{spi}

Per valori diversi della tensione iniziale σ_{spi} si ammette che la variazione di tensione vari con legge parabolica in funzione del rapporto f_{ptk}/σ_{spi} :



In questo caso l'armatura è in trefoli e il rapporto tra la tensione iniziale e quella di rottura è pari a:

$$\sigma_{spi} := \frac{N_{in}}{A_f \cdot 1000} \quad \sigma_{spi} = 705.766 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_{spi}}{f_{ptk}} = 0.392$$

Essendo inferiore a 0,5 si deduce che non c'è caduta di tensione dovuta a rilassamento.

2) Tensione minima e massima a vuoto nel cls

Tensione massima (al lembo inferiore) nel cls a vuoto:

$$\sigma_{civ} := \frac{N_{in}}{A_{idI} \cdot 1000} + \frac{N_{in} \cdot 0.4}{J_{idI} \cdot 1000} \cdot (h - y_{gI}) - \frac{M_g \left(\frac{L_u}{2} \right)}{J_{idI} \cdot 1000} \cdot (h - y_{gI}) \quad \sigma_{civ} = 21.918 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

Tensione massima (al lembo superiore) nel cls a vuoto:

$$\sigma_{csv} := \frac{N_{in}}{A_{idI} \cdot 1000} - \frac{N_{in} \cdot 0.4}{J_{idI} \cdot 1000} \cdot y_{gI} + \frac{M_g \left(\frac{L_u}{2} \right)}{J_{idI} \cdot 1000} \cdot y_{gI} \quad \sigma_{csv} = -2.636 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

3) Tensione minima e massima in esercizio nel cls

Tensione massima (al lembo inferiore) nel cls in esercizio:

$$\sigma_{cie} := \frac{N_{es}}{A_{idII} \cdot 1000} + \frac{N_{es} \cdot 0.4}{J_{idII} \cdot 1000} \cdot (h - y_{gII}) - \frac{M_{es} \left(\frac{L_u}{2} \right)}{J_{idII} \cdot 1000} \cdot (h - y_{gII}) \quad \sigma_{cie} = 1.808 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

Tensione massima (al lembo superiore) nel cls a vuoto:

$$\sigma_{cse} := \frac{N_{es}}{A_{idII} \cdot 1000} - \frac{N_{es} \cdot 0.4}{J_{idII} \cdot 1000} \cdot y_{gII} + \frac{M_{es} \left(\frac{L_u}{2} \right)}{J_{idII} \cdot 1000} \cdot y_{gII} \quad \sigma_{cse} = 14.087 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

4) Massima tensione iniziale e in esercizio del cavo

Tensione massima nel cavo a vuoto:

$$\sigma_{sv} := \frac{N_{in}}{A_f \cdot 1000} \quad \sigma_{sv} = 705.766 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

Tensione massima nel cavo in esercizio:

$$\sigma_{se} := \frac{N_{es}}{A_f \cdot 1000} + n \cdot \frac{M_{es} \left(\frac{L_u}{2} \right)}{J_{idII} \cdot 1000} \cdot 0.4 \quad \sigma_{se} = 640.32 \text{ MPa} \quad \text{VERIFICATO}$$

H) Verifica allo stato limite ultimo nella sezione di mezzeria

In una trave in c.a.p. raggiunto lo sl_u, le armature di precompressione raggiungono il loro limite di snervamento oltre il quale si perde l'effetto della precompressione dato che la tensione non varia più al variare della deformazione. In tal caso la sezione della trave è come una sezione in c.a. ordinaria con armatura di precompressione che si comporta come armatura ordinaria. Va considerato che l'armatura di precompressione all'atto del tiro subisce una deformazione iniziale che va aggiunta a quella provocata dai carichi esterni.

La deformazione iniziale di precompressione è pari a:

$$\varepsilon_{p0} := \frac{N_0}{A_f \cdot 1000 \cdot E_p} \quad \varepsilon_{p0} = 3.484 \times 10^{-3}$$

La deformazione allo snervamento dell'armatura di precompressione è pari a:

$$\varepsilon_{py} := \frac{f_{pyk}}{E_p} \quad \varepsilon_{py} = 7.805 \times 10^{-3}$$

La resistenza del cls allo stato limite ultimo è pari a:

$$f_{cd} := \frac{R_{ck}}{1.9} \quad f_{cd} = 26.316 \text{ MPa}$$

Con l'ipotesi di rottura in campo 2 e di snervamento dell'armatura di precompressione l'asse neutro è dato da:

$$y_c := \frac{(A_f \cdot f_{pyk} \cdot 10000)}{0.89 \cdot 46 \cdot f_{cd}} \quad y_c = 51.979 \text{ cm}$$

La deformazione dell'acciaio è quindi pari a:

$$\varepsilon_p := 0.0035 \cdot \frac{h - \frac{y_c}{100} - d_p}{\frac{y_c}{100}} \quad \varepsilon_p = 2.695 \times 10^{-3} \quad \text{alla quale va aggiunta quella in fase di tiro:}$$

$$\varepsilon_{pt} := \varepsilon_p + \varepsilon_{p0} \quad \varepsilon_{pt} = 6.179 \times 10^{-3} \quad (\text{giustificato il collasso in campo 2})$$

Il momento ultimo della sezione quindi vale:

$$M_u := A_f \cdot f_{pyk} \cdot 0.89 \cdot (h - d_p) \cdot 1000 \quad M_u = 4.585 \times 10^3 \text{ KNm}$$

$$\text{Il momento agente sulla trave è pari a } M_d := \frac{1}{8} \cdot (p_p \cdot 1.4 + P_d) \cdot L_u^2 \quad M_d = 1.287 \times 10^3 \text{ KNm}$$

La sezione è ampiamente verificata allo SLU.

Mattia Campolese