

BREVE PRONTUARIO PROGRAMMA

“PLaSM”



UNIVERSITA' DEGLI STUDI "ROMA TRE"
- CORSO DI STUDIO DI INGEGNERIA CIVILE -
ANNO ACCADEMICO 2005\2006

FABRIZIO MELCHIORRE
MATTIA CAMPOLESE

FUNZIONI

La definizione di Funzioni con il programma PLaSM, risulta essere un procedimento piuttosto “meccanico”, dopo aver introdotto alcuni concetti fondamentali:

OPERAZIONI E OPERATORI DI BASE con il PLaSM:

<i>Somma</i>	+
<i>Sottrazione</i>	-
<i>Prodotto</i>	*
<i>Divisione</i>	/
<i>Elevamento a potenza</i>	**
<i>Radice quadrata</i>	SQRT
<i>Seno</i>	SIN
<i>Coseno</i>	COS
<i>Tangente</i>	TAN
<i>Arcoseno</i>	ASIN
<i>Arcocoseno</i>	ACOS
<i>Arcotangente</i>	ATAN
<i>Pi-greco</i>	PI
<i>Logaritmo naturale</i>	LN
e^x	EXP

- L’incognita “x” (in seguito specificata come “n”) si rappresenta sempre con: ID
- Una costante è espressa tramite l'operatore K . Ex: ”3” = K : 3
- Un prodotto si può esprimere con l'operatore di curriizzazione C.
Ex: “ 2x ” = C : * : 2
- Idem per l'elevamento a potenza. Ex: ” 3^x ” = C : ** : 3
- Un elevamento a potenza. ES: “ x³ ” = ID : ** K : 3

- Particolare attenzione va prestata a:

- Utilizzo dell'operatore "COMP".

Ex: "sin 5x" = (sin COMP c: * : 5)

Ex: "2^{3x}" = (c : ** : 2 COMP c: * : 3)

- Utilizzo PREFISSO della DIVISIONE e posizionamento della virgola per determinare il passaggio dal numeratore al denominatore.

Ex: "4/x" = (/ comp [K:4 , id])

ESEMPI APPLICATIVI

Definire il programma "PLaSM" per le seguenti funzioni:

1. $\frac{4}{\sin(5x)} - 1$

Def fun1 = (/ COMP [k : 4 , sin COMP c : * : 5]) - k : 1

Verifica: fun1 : 5 = - 31. 222494202343793

2. $x^3 + \frac{x}{\log(2x)}$

Def fun2 = (ID ** K : 3) + (/ COMP [ID, LN comp c:*:2])

Verifica: fun2: 2 = 9.442695040888964

3. $\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sin 2x} + \frac{4}{\tan 4x} - x 3^x$

Def fun3 = (/ COMP [SQRT COMP (ID ** K : 2), sin comp c:*:2])
+ (/ COMP [k : 4, TAN comp c: * : 4]) - (* COMP [ID, c : **
: 3])

Verifica: fun3: 4 = - 306. 6516823438578

4. $\frac{1}{x^6} + \frac{\cos 2x}{x} - e^{4x} + 2^{3x}$

```
Def fun4 = ( / COMP [ k : 1, ID ** K : 6 ] ) + ( / COMP
[ cos COMP c : * : 2, ID ] ) - ( EXP comp c : * : 4 ) + ( c : **
: 2 COMP c : * : 3 )
```

Verifica: fun4 : 2 = - 2917.2691838521596

NB: tutti i risultati possono essere verificati con la calcolatrice, ponendola in “RAD”.

SERIE NUMERICA

Approssimazione di una funzione tramite la somma dei primi elementi di una serie

Partendo dalla conoscenza delle precedenti applicazioni sulle funzioni, è ora possibile definire l'implementazione "PLaSM" per le Serie numeriche.

Esse si classificano in 2 categorie principali:

- A segni concordi (+ , +, +...)
- A segni alterni (+, -, +, -...)

SEGNI CONCORDI

Sono le più "semplici" da definire ed in particolare si basano sullo sviluppo dei seguenti passaggi:

1. Poiché si richiede il calcolo dei primi 10-20-30 termini della serie, il primo passo consiste nell'individuazione di tale intervallo. Supponiamo che siano richiesti i primi 30 termini, allora si potrà avere:
 - (0..29) se lo zero come valore della "n" non incide sull'esistenza della serie (es: $1/(2n+5)$)
 - (1..30) se lo zero incide sull'esistenza della serie (es: $1/n$, infatti $1/0$ non esiste!)
2. Definito l'intervallo di applicazione, si propone in seguito lo schema base FISSO:

```
Def  sommaserie = ( + COMP AA:(funzione)):(0..29)
                oppure
                ( + COMP AA:(funzione)):(1..30)
```

3. Definendo il programma della nostra funzione di ottiene il risultato finale.

ESEMPIO APPLICATIVO:

Calcolare la somma dei primi 30 termini della serie:

$$\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots + \frac{1}{(2n+1)^4} + \dots = \frac{\pi^4}{96}$$

L'intervallo di applicazione è (0..29) poiché lo zero NON annulla il denominatore.

La funzione sarà : (/ COMP [k : 1 , (c:*:2 + k:1) ** k:4])

La serie, applicando alla funzione l'opportuno intervallo e lo schema base risulterà quindi :

```
Def sommaserie1 =  
(+ COMP AA:( (/ COMP [ k:1 , (c:*:2 + k:1) ** k:4 ] ))):(0..29)
```

Valutando la funzione “sommaserie1” (selezionando con il mouse “sommaserie1” e applicando la funzione di “valutazione espressioni” oppure tramite la combinazione di tasti CTRL+E), il risultato è proprio approssimabile a quello dato.

$$= 1.0146772604275074 \approx \pi^4 / 96$$

SEGNI ALTERNI

Il caso di una serie a segni alterni è leggermente più complesso, poiché prevede 2 ulteriori sottocasi:

1. Il meno si trova davanti ad un termine con “n” DISPARI

Ex:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \pm \frac{1}{2n+1} \mp \dots = \frac{\pi}{4}$$

Il meno è posto davanti a (1 / 3) e (1 / 7) ed il valore per n =1 e n = 3 (ad ex) conferma che ci troviamo nel primo caso.

2. Il meno è posto davanti ad un termine con “n” PARI

Ex:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \pm \frac{1}{n} \mp \dots = \ln 2$$

Il meno si trova davanti a (1 / 2) e (1 / 4) ed il valore per n = 2 e n = 4 (ad ex) conferma che ci troviamo nel secondo caso.

I due casi saranno valutati separatamente, con l’ausilio di opportuni esempi esplicativi.

PRIMO CASO - DISPARI

1. La scelta dell’intervallo di applicazione si svolge nella medesima maniera del caso precedentemente proposto. Sostituendo lo zero alla “n” si valuta l’esistenza e si sceglie opportunamente l’intervallo.
2. Il programma base di tale tipologia di serie numerica è molto simile al precedente, eccezion fatta per la necessità di effettuare un PRODOTTO tra la funzione ed un programma FISSO, ossia:

c : ** : - 1

ottenendo quindi:

```
(+ COMP AA:((funzione) * (c:**:-1))):(0..29)
```

```
(+ COMP AA:((funzione) * (c:**:-1))):(1..30)
```

ESEMPIO APPLICATIVO:

Calcolare la somma dei primi 30 termini della serie :

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \pm \frac{1}{2n+1} \mp \dots = \frac{\pi}{4}$$

L'intervallo di definizione è (0..29);

La funzione è: (/ comp [K:1 , c:*:2 + k:1])

Moltiplicandola per l'operatore di curvatura si ottiene infine :

```
Def sommaserie2 =
```

```
(+ COMP aa:(( / COMP [ K:1 , c:*:2 + k:1 ] ) * (c:**:-1))):  
(0..29)
```

facilmente verificabile.

SECONDO CASO – PARI

Si opera applicando lo stesso metodo del primo caso, ad eccezione dell'operatore di curvatura FISSO tramite il quale moltiplicare la funzione, ovvero:

```
(K:-1 ** C:+:1)
```

Ottenendo quindi:

```
( + COMP AA:((funzione) * ( K:-1 ** C:+:1 ) )):(0..29)
```

```
( + COMP AA:((funzione) * ( K:-1 ** C:+:1 ) )):(1..30)
```


ESEMPIO APPLICATIVO:

Calcolare la somma dei primi 30 termini della serie:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \pm \frac{1}{n} \mp \dots = \ln 2$$

L'intervallo da scegliere è ovviamente (1..30) poiché lo zero annulla il denominatore.

La funzione risulta essere: (/ comp [K : 1 , ID])

Moltiplicandola per l'opportuno programma FISSO e applicando la formula base, si ottiene infine:

```
Def sommaserie3 =  
  
( + COMP aa:(( / COMP [ K:1 , ID ] ) * ( K:-1 ** C:+:1)) )  
:(1..30)
```

facilmente verificabile.

NB: la funzione COMP è l'equivalente del ben più pratico “ ~ ”

Altre informazioni ed esercitazioni sono reperibili all'indirizzo seguente:
<http://paoluzzi.dia.uniroma3.it/did/eleminformatica/2006/>.

Il programma PLaSM è scaricabile liberamente da www.plasm.net .

Roma, 10 maggio 2006 .